

КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 1 ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

В первом семестре по разделу основы начертательной геометрии студенты выполняют кроме задач в рабочей тетради, контрольно-графическое задание № 1, состоящее из четырёх задач.

Контрольное задание имеет варианты. Номер варианта студенту присваивается преподавателем при его посещении установочной лекции. Произвольный выбор варианта не допускается. Каждый вариант содержит условия четырёх задач. Задачи № 1 и 2 – тела с призматическим вырезом. Задачи № 3 и 4 – построение линии пересечения двух тел (многогранников или тел вращения, когда одно тело занимает проецирующее положение). Условия задач содержат две или одну проекцию тела с размерами. Следует понимать, если задана одна проекция, то это главное изображение (проекция на фронтальную плоскость). Нужно построить три проекции заданных тел с построением линии их пересечения.

Правильность решения задач, входящих в контрольное задание и качество их графического исполнения являются основанием для оценки знания основных теоретических положений курса, умения применять их при решении конкретных практических задач, уровня развития пространственного мышления студента.

Контрольное задание зачитывается только при правильном решении задач, входящих в него и графическом исполнении в соответствии с установленными ЕСКД требованиями.

Защита выполненного контрольного задания или консультации по его выполнению проводятся на консультациях в соответствии с расписанием. Если студент, по каким либо причинам не может посещать консультации, то защита контрольного задания проходит во время зимней экзаменационной сессии.

ВЫПОЛНЕНИЕ И ОФОРМЛЕНИЕ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАЧ

1. Приступать к выполнению задач контрольного задания следует только после тщательной проработки соответствующих тем курса и решения относящихся к ним задач в рабочей тетради.

Предварительно нужно решать все задачи контрольного задания на черновиках. Черновики рекомендуется выполнять в масштабе 1:1 на бумаге в клетку при помощи чертежных инструментов.

Выполнение таких черновиков позволяет лучше осмыслить решение задачи, выявить вопросы, по которым требуется консультация преподавателя, обнаружить пробелы в знаниях, решить вопрос наилучшего использования поля чертежа.

После тщательной отработки черновиков можно приступить к выполнению чистового варианта контрольного задания.

2. Графическое исполнение контрольных заданий должно соответствовать правилам выполнения и оформления чертежей, содержащимся в сборниках стандартов ЕСКД.

3. При выполнении заданий необходимо уделять большое внимание компоновке графических изображений на поле формата. Проекция геометрических фигур, построения и надписи должны быть равномерно и рационально размещены на поле формата. В этой работе большую помощь оказывают черновики, о которых говорилось выше.

4. Контрольные задания следует выполнять на листах чертежной бумаги (*ватман*) формата А3 (420×297 мм) ГОСТ 2.301-68. Внутри формата наносится рамка поля чертежа на расстоянии 20 мм от левой границы формата и 5 мм от трех других.

В правом нижнем углу формата вплотную к рамке наносится основная надпись. Форма, размеры и содержание основной надписи приведены на рис. 1.

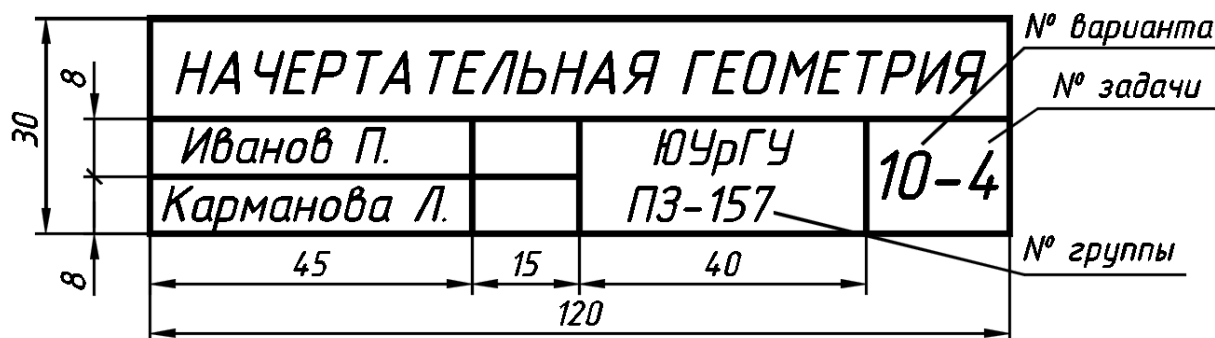


Рис. 1

5. Комплексные чертежи выполняются в безосной системе по размерам, указанным в соответствующем приложении, при помощи чертежных инструментов, в масштабе 1:1 (*размеры на чертеже не проставлять*).

6. Все геометрические элементы задач (точки, линии, плоскости), заданные и полученные в процессе построений, должны быть снабжены буквенными или цифровыми обозначениями.

Буквенные и цифровые обозначения на поле чертежа и основной надписи следует выполнять стандартным шрифтом согласно ГОСТ 2.304-81. Все буквенные и цифровые обозначения на комплексном чертеже следует выполнять шрифтом типа «Б» под углом 75° к горизонтальной стороне формата.

7. Вначале весь чертеж выполняется тонкими линиями (0,15 мм), ясно различимыми и правильного начертания в соответствии с ГОСТ 2.303-68. Следует обратить особое внимание на выполнение осевых штрихпунктирных линий и штриховых линий невидимого контура. Этим обеспечивается точность построений, возможность легко исправить допущенные ошибки, удалить вспомогательные линии и т.п.

Необходимую толщину линиям чертежа придают при обводке карандашом, соблюдая требования стандарта. Толщина сплошной основной толстой линии, обозначаемая буквой *s*, должна быть в пределах от 0,5 до 1,4 мм. Проекции заданных геометрических фигур и все построения выполняются чертежными карандашами с обозначением «ТМ» или «НВ», искомые геометрические фигуры – цветным (красным, синим или зеленым).

ЗАДАНИЕ № 1. Задача № 1

Построить линию пересечения многогранника заданными проецирующими плоскостями в трех проекциях. Задание по вариантам в приложении №1 (задача № 1)

Методические указания

Многогранники – это замкнутые геометрические фигуры, ограниченные плоскими многоугольниками. Построение проекции многогранников на чертеже сводится к изображению их ребер и вершин, т.е. прямых и точек. Простейшие многогранники – пирамиды и призмы.

Линия пересечения поверхности проецирующей плоскостью представляет собой плоскую ломаную замкнутую линию, вершины которой – точки пересечения ребер, а стороны – линии пересечения граней многогранника с плоскостью. Одна проекция линии пересечения совпадает с проекцией секущей плоскости в пределах очерка пересекемой поверхности. Вторая проекция линии пересечения строится по точкам по условию принадлежности этих точек заданной поверхности.

В первую очередь определяют опорные точки – точки, принадлежащие участвующим в пересечении ребрам многогранника (**точки на ребрах**).

Рассмотрим пример: построение линии пересечения пирамиды горизонтально проецирующей плоскостью (рис. 2).

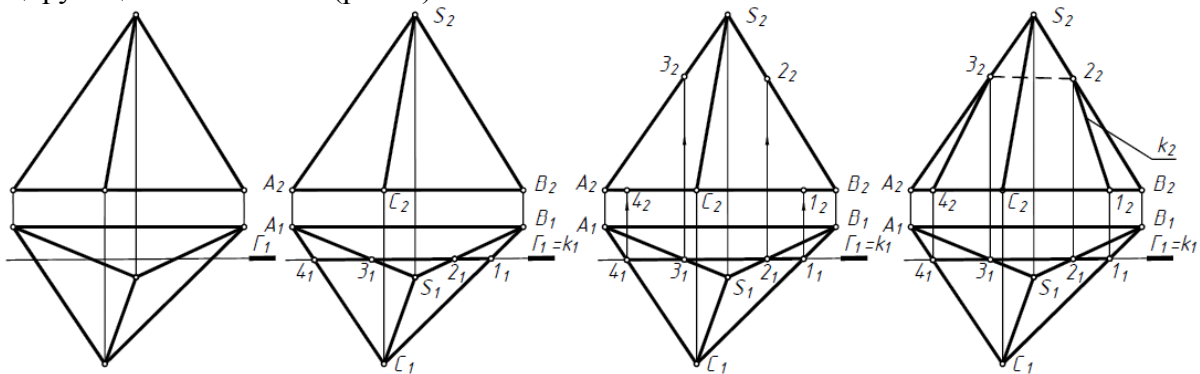


Рис. 2

Горизонтальные проекции опорных точек **1, 2, 3, 4** находим в местах пересечения ребер пирамиды плоскостью Γ . Фронтальные проекции этих точек определяем с помощью линий связи на соответствующих ребрах пирамиды. Участок **2–3** ломаной на Π_2 не виден, так как он принадлежит невидимой грани **ASB**.

На рис. 3 приведено условие задачи №1. Задано тело, ограниченное правильной пяти угольной пирамидой с вырезом, образованным фронтально проецирующими плоскостями. Пример выполнения задачи №1 приведен на рис. 4.

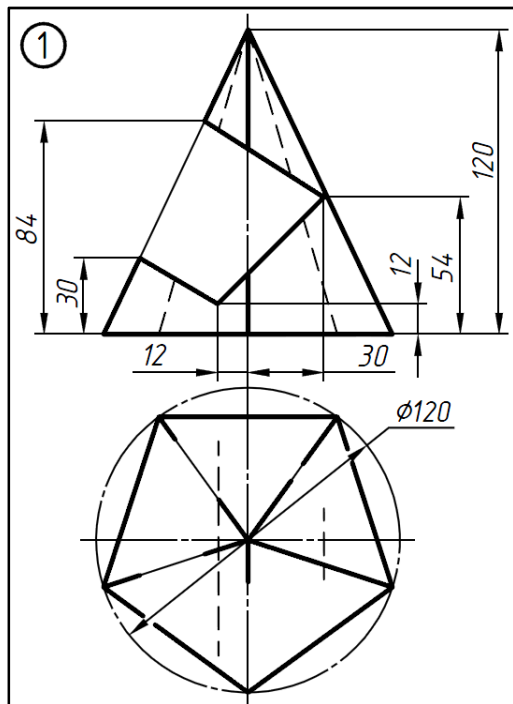


Рис. 3

Призматический вырез образует на поверхности пирамиды замкнутую пространственную ломаную линию.

Фронтальные проекции опорных точек **1, 2, 4, 6** находим в местах пересечения видимых ребер пирамиды проецирующими плоскостями, образующими вырез.

Фронтальные проекции опорных точек **7, 8, 9, 10** находим в местах пересечения невидимых ребер пирамиды проецирующими плоскостями, образующими вырез.

Фронтальные проекции опорных точек **3, 3', 5, 5'** находим в местах пересечения ребер призматического выреза с гранями пирамиды.

Горизонтальные и профильные проекции опорных точек находим с помощью линий связи по принадлежности ребрам и граням пирамиды. Например, горизонтальные проекции точек **5** и **5'** построены с помощью вспомогательных отрезков прямой, принадлежащей поверхности и параллельной основанию пирамиды.

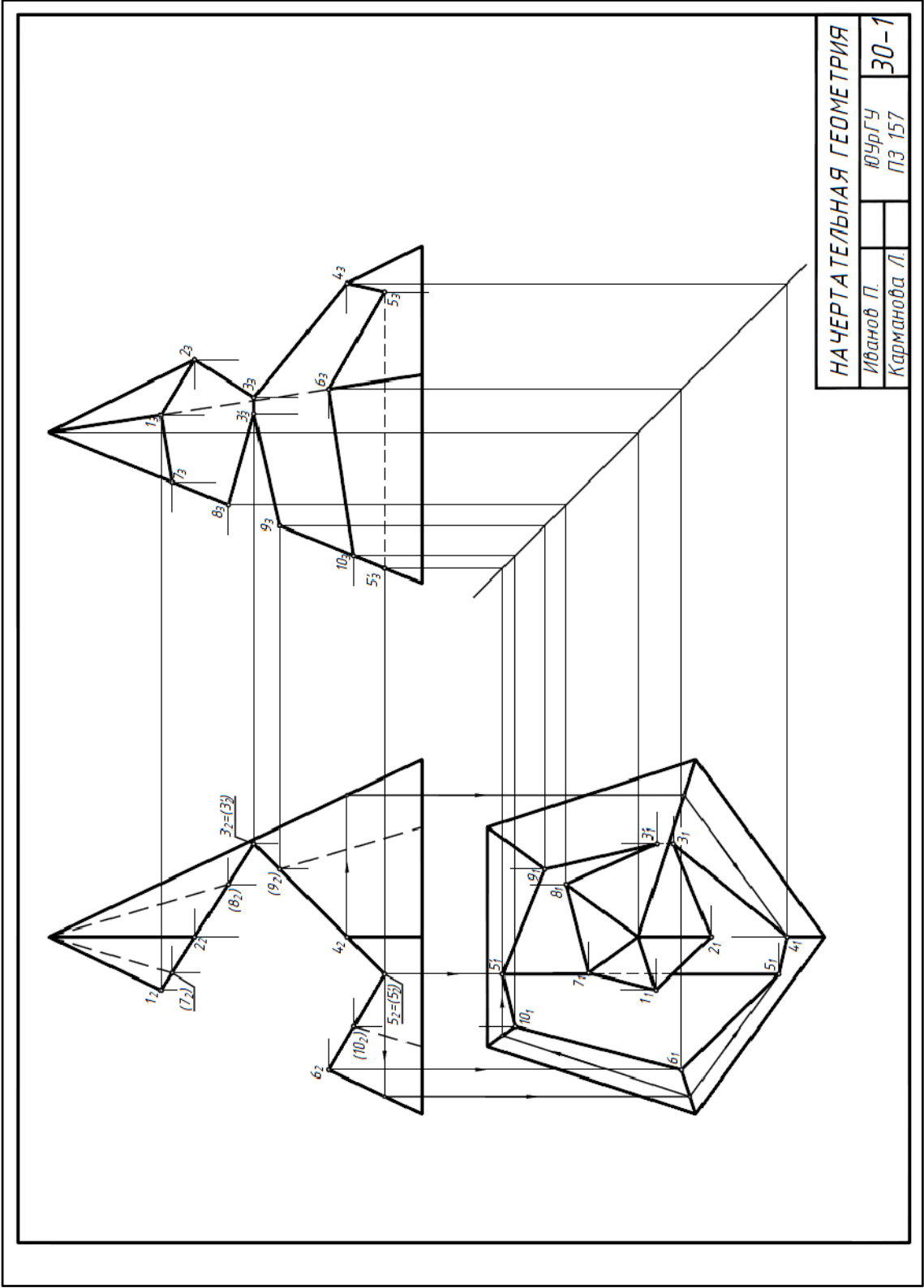


Рис. 4

ЗАДАНИЕ № 1 Задача №2

Построить линию пересечения тела вращения заданными проецирующими плоскостями в трех проекциях. Задания по вариантам в приложении №1(задача №2)

Методические указания

Поверхность вращения образуется вращением какой-либо линии (образующей) вокруг неподвижной оси. В зависимости от вида образующей (прямая или кривая линия) поверхности вращения могут быть линейчатыми (цилиндр, конус) и не линейчатыми (сфера, тор).

Прямой круговой цилиндр образуется вращением прямой вокруг оси, параллельной образующей. Прямой круговой конус образуется вращением прямой вокруг оси, пересекающейся с этой образующей. Сфера образуется вращением окружности вокруг одного из ее диаметров.

Линия пересечения поверхности вращения проецирующей плоскостью представляет собой плоскую замкнутую кривую. Для построения этой кривой определяем точки пересечения ряда образующих поверхности с секущей плоскостью. К опорным точкам линии относятся: **экстремальные** (высшая, низшая, ближняя, дальняя, левая, правая) и **очерковые**. При решении задач на пересечение поверхности вращения проецирующей плоскостью очерковые точки одновременно являются **точками смены видимости**.

Рассмотрим пример: построение линии пересечения цилиндра фронтально проецирующей плоскостью (рис. 5).

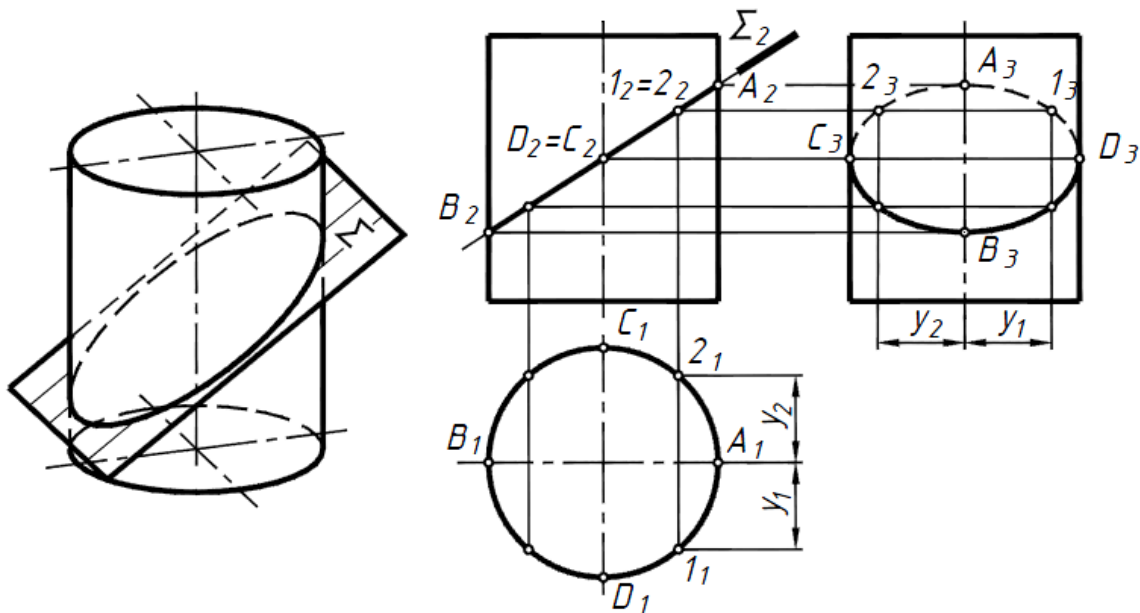


Рис. 5

Секущая плоскость не перпендикулярна оси вращения цилиндра. Линия пересечения – **эллипс**. На плоскости Π_2 эллипс проецируется в отрезок $[A_2B_2]$, на плоскость Π_1 – в окружность, совпадающую с проекцией цилиндрической поверхности, на плоскость Π_3 – в эллипс.

Профильные проекции точек, принадлежащих эллипсу, строим по двум известным проекциям (горизонтальной и фронтальной). В первую очередь определяем проекции высшей A и низшей B точек, очерковых относительно Π_3 (C и D), затем – промежуточных, например, 1 и 2 .

Соединив полученные точки плавной кривой с учетом видимости, получим эллипс, являющийся профильной проекцией фигуры сечения. Точки C и D являются точками смены видимости на Π_3 .

Рассмотрим пример: построение линии пересечения сферы фронтально проецирующей плоскостью (рис.6).

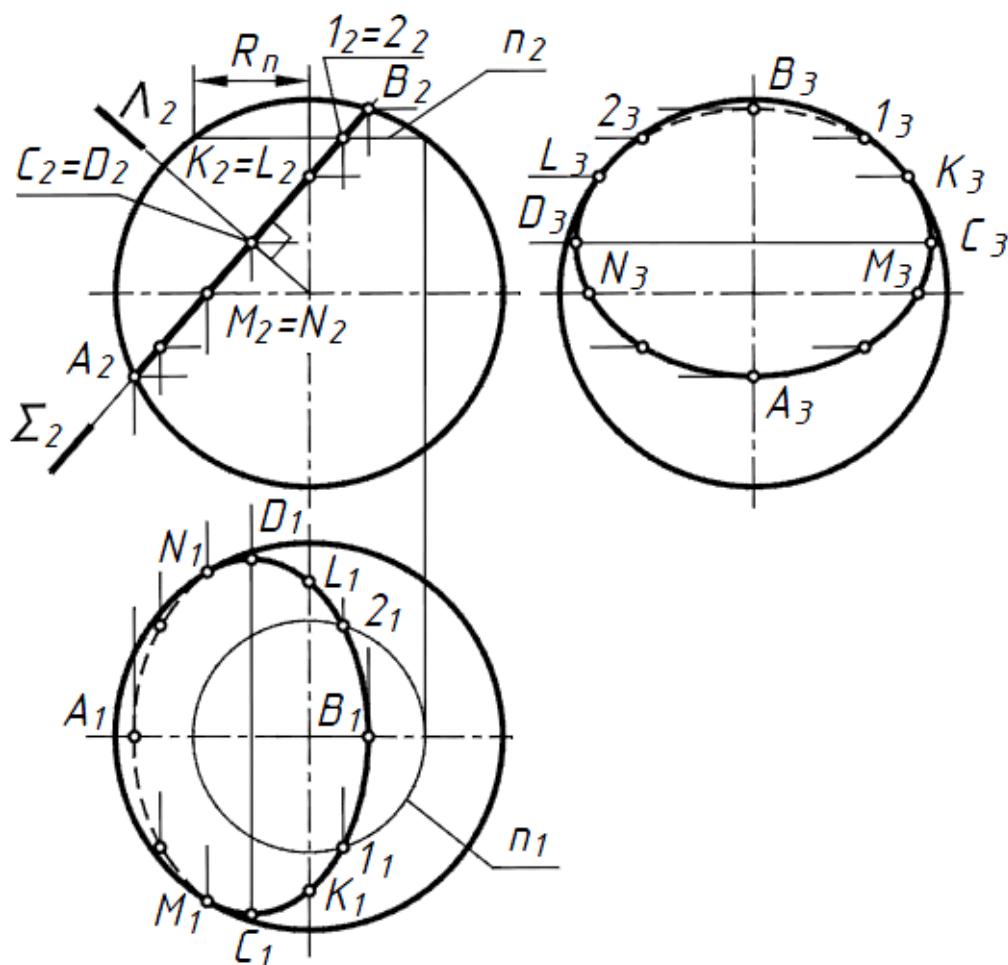


Рис. 6

Сферу плоскость пересекает по окружности. В зависимости от положения секущей плоскости относительно плоскостей проекций окружность может проецироваться в прямую, окружность или эллипс. Окружность сечения проецируется на плоскость Π_2 в отрезок A_2B_2 , на плоскость Π_1 – в эллипс, который строится по точкам. Точки A и B являются экстремальными относительно Π_1 : B – высшая точка, A – низшая.

Их фронтальные проекции совпадают с точками пересечения фронтальной проекции плоскости Σ с очерком фронтальной проекции сферы. Их горизонтальные проекции находим по линиям связи на горизонтальной проекции главного меридиана.

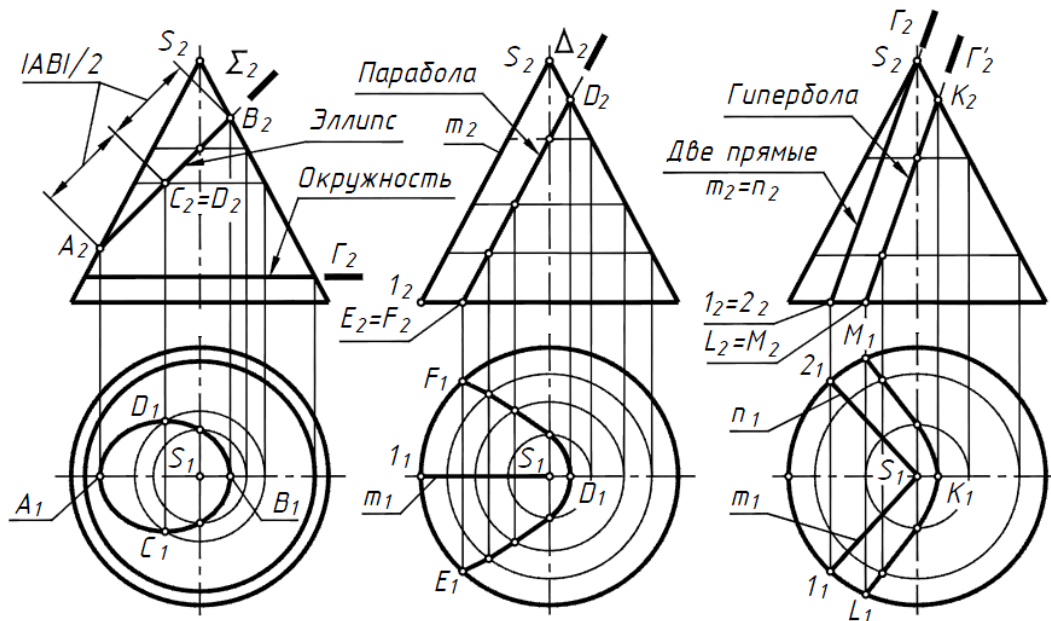
Фронтальные проекции точек M и N (точек смены видимости относительно Π_1) находим на пересечении Σ_2 с фронтальной проекцией экватора сферы. Их горизонтальные проекции находим по линиям связи на очерке горизонтальной проекции сферы.

Экстремальные относительно Π_2 точки C и D (самая ближняя и самая дальняя) определяются при помощи общей плоскости симметрии Λ , которая проводится через центр сферы перпендикулярно плоскости Σ . Профильно-очерковые точки K, L находим по правилу «ось – очерк».

Для нахождения промежуточных точек 1 и 2 используем параллель n , проходящую через эти точки. Радиус параллели R_n , как и любой другой, измеряем от оси до очерка. На Π_1 параллель проецируется в окружность.

Соединив полученные точки плавной кривой с учетом видимости, получим эллипс, являющийся горизонтальной проекцией фигуры сечения.

Рассмотрим пример: построение линий пересечения конуса проецирующими плоскостями (рис.7).



Плоскость Σ пересекает все образующие конуса. Линия сечения – **эллипс**. Плоскость Γ перпендикулярна оси конуса. Линия сечения – **окружность**.

Плоскость Δ параллельна одной образующей конуса m ($S-1$). Линия сечения – **парабола**.

Плоскость Γ проходит через вершину конуса S . Линия сечения – две прямые m ($S-1$) и n ($S-2$). Плоскость Γ' параллельна двум образующим m и n . Линия сечения – **гипербола**.

Рис.7

На рис. 8 приведено условие задачи №2. Задано тело, ограниченное сферой, с вырезом, образованным фронтально проецирующими плоскостями. Пример выполнения задачи №2 приведен на рис. 9.

Плоскость Γ пересекает сферу по окружности. Окружность сечения проецируется на плоскость Π_3 в отрезок $[2_3, 2'_3]$, на плоскость Π_1 – в окружность.

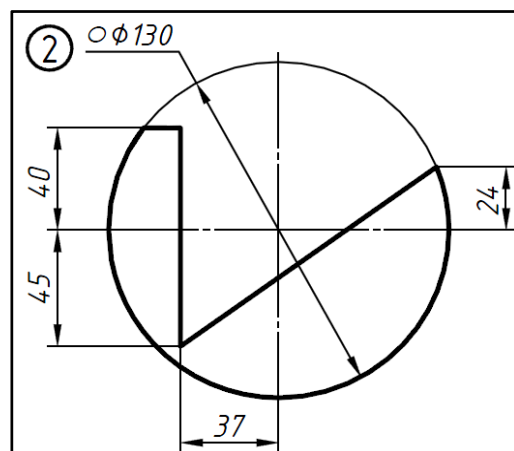


Рис. 8

Плоскость Γ пересекает сферу по окружности. Окружность сечения проецируется на плоскость Π_1 в отрезок $[3_1, 3'_1]$, на плоскость Π_3 – в окружность.

Плоскость Σ пересекает сферу по окружности. Окружность сечения проецируется на плоскость Π_2 в отрезок $[4_2, 8_2]$, на плоскости Π_3 и Π_1 – в эллипсы, которые строятся по точкам. Экстремальные точки 6 и $6'$ найдены с помощью плоскости Λ (общей плоскости симметрии).

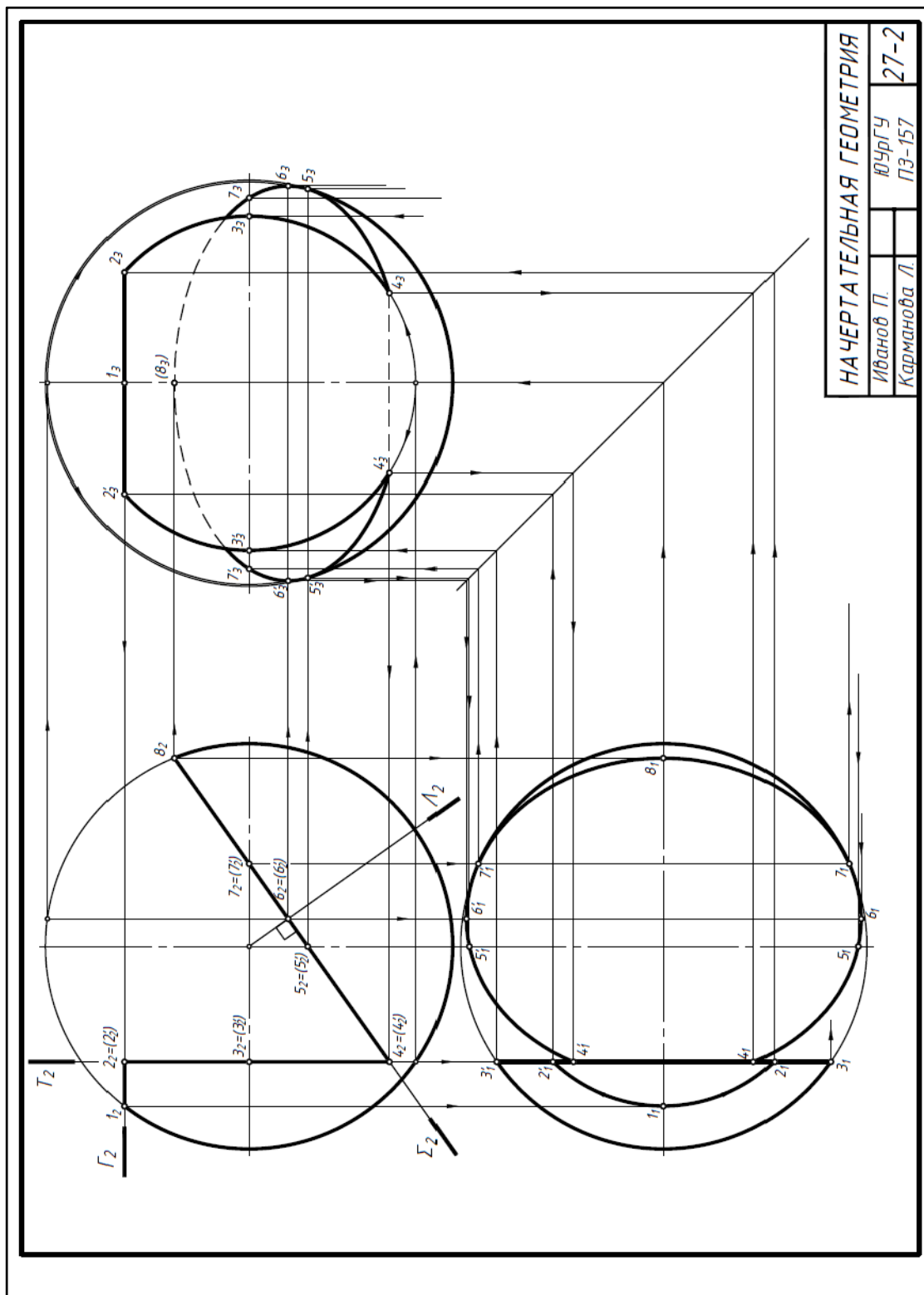


Рис. 9

ЗАДАНИЕ № 1 Задача №3

Построить линию пересечения двух многогранных поверхностей в трех проекциях. Задания по вариантам в приложении №1 (задача №3)

Методические указания

Две поверхности, независимо от их вида, пересекаются по линии (совокупности линий), которая одновременно принадлежит каждой из них.

В зависимости от вида и взаимного положения поверхностей линия их пересечения может быть **прямой** (пересечение двух плоскостей), плоской **ломаной** (пересечение многогранника плоскостью) или пространственной **ломаной** (пересечение многогранников), плоской **кривой** (пересечение кривой поверхности плоскостью) или пространственной **кривой** (пересечение кривых поверхностей).

Построение этой линии (независимо от ее формы) сводится к построению ряда точек, одновременно принадлежащих каждой из пересекающихся поверхностей. Линия, в определенном порядке соединяющая эти точки, является искомой. Точки, образующие линию пересечения, разделяют на **опорные** и **промежуточные**. Опорными точками являются:

точки, принадлежащие участвующим в пересечении ребрам многогранника (**точки на ребрах**);

точки, проекции которых расположены на очерковых линиях соответствующих проекций поверхности (**очерковые**);

экстремальные точки, то есть самая близкая и самая удаленная точки линии пересечения относительно той или иной плоскости проекций. Экстремальные точки относительно плоскости Π_1 называются высшей и низшей. Высшую и низшую точки линии пересечения поверхности вращения с плоскостью или двух поверхностей вращения определяют с помощью общей плоскости симметрии (ОПС). В случае пересечения поверхности вращения с плоскостью, общая плоскость симметрии должна проходить через ось поверхности вращения и быть перпендикулярной к секущей плоскости. В случае пересечения поверхностей вращения ОПС должна проходить через их оси.

Последовательность решения задач на построение линии пересечения поверхностей

При решении задач на построение линий пересечения поверхностей (независимо от способа нахождения искомых точек) целесообразно придерживаться общей схемы:

1. Анализируем условие задачи:

а) выясняем вид заданных поверхностей (многогранники, многогранник и кривая поверхность, две кривых поверхности);

б) выясняем расположение заданных поверхностей относительно друг друга (**врезка** – частичное пересечение, или **проницание** – полное пересечение, когда все образующие или ребра одной поверхности пересекаются с другой поверхностью);

в) выясняем расположение заданных поверхностей относительно плоскостей проекций, – занимает ли, какая либо поверхность на той или иной плоскости проецирующее положение. Проецирующими могут быть призма или цилиндр.

2. Определяем характер линии пересечения:

а) при пересечении многогранников строим **замкнутую ломаную** при врезке и две **замкнутых ломаных** при проницании;

б) при пересечении многогранника и кривой поверхности строим **совокупность плоских кривых**, каждая из которых является результатом пересечения кривой поверхности с одной из граней многогранника. Кривые попарно пересекаются в точках пересечения ребер многогранника с кривой поверхностью.

в) при пересечении кривых поверхностей строим **замкнутую кривую**, которая может распадаться на две в случае проникания.

3. Строим опорные точки (точки на ребрах, экстремальные и очерковые).

4. Строим промежуточные точки линии пересечения. Если одна из поверхностей является проецирующей, заранее известна, хотя бы одна проекция линии пересечения. Она совпадает с проекцией проецирующей поверхности в пределах очерка второй заданной поверхности. В этом случае другие проекции точек линии пересечения находим по принадлежности второй, не проецирующей поверхности. Если заданные поверхности не являются проецирующими, заранее не известна ни одна из проекций линии пересечения. В этом случае для нахождения точек линии пересечения используем способ вспомогательных плоскостей или сфер.

5. Соединяем найденные точки (прямой или ломаной). Определяем на всех проекциях видимость проекций линии пересечения, видимость очерков поверхностей, обводим чертеж.

Рассмотрим пример: построение линии пересечения пирамиды и призмы. Определение видимости (рис.10).

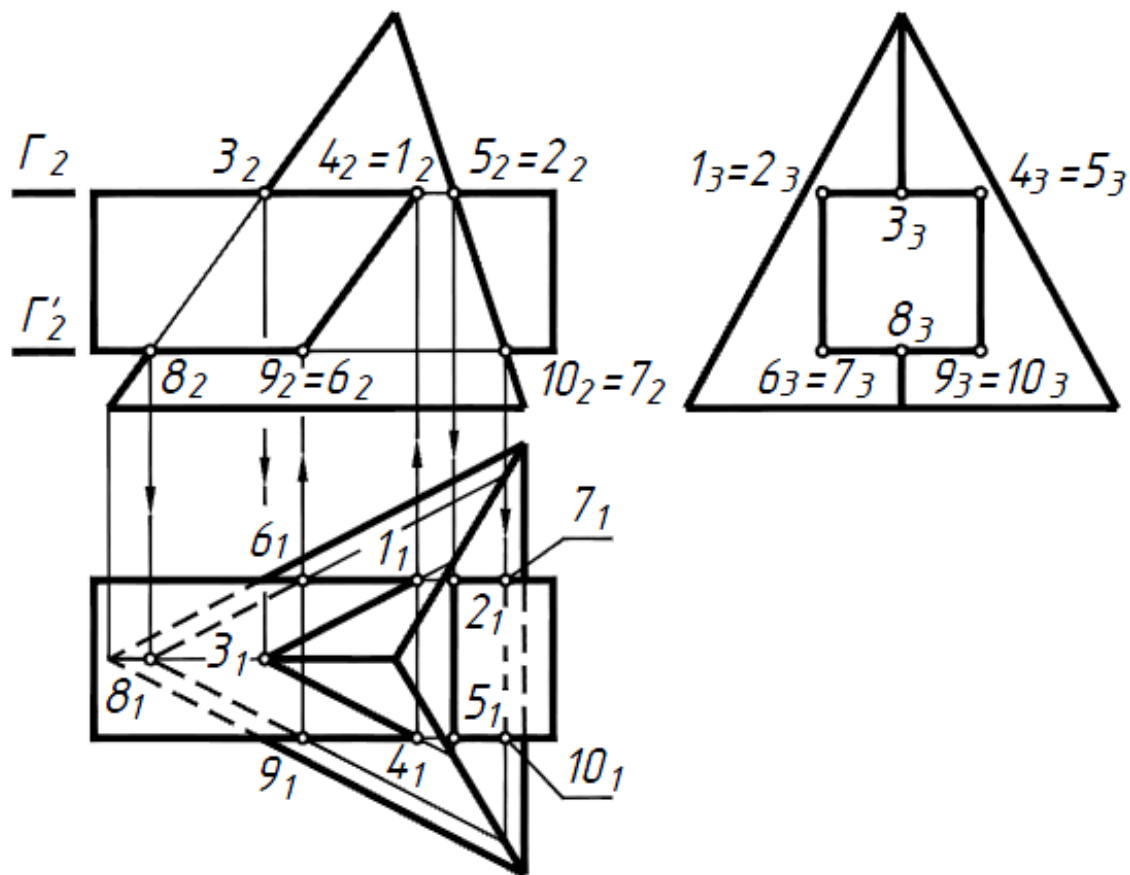


Рис. 10

Заданы многогранники. Все ребра призмы пересекают грани пирамиды. Имеем случай проникания. Призма занимает проецирующее положение на Π_3 .

Линия пересечения распалась на две **замкнутые ломаные линии**: пространственную **1-6-8-9-4-3-1** и плоскую **2-5-10-7-2**. Профильная проекция линии пересечения совпадает с проекцией призмы. Опорные точки пересечения ребер призмы с гранями пирамиды определены при помощи горизонтальных плоскостей уровня Γ и Γ' , а точки пересечения ребра пирамиды с гранями призмы – из условия принадлежности.

Определять промежуточные точки нет необходимости.

Вершины ломаной линии, которые принадлежат одной паре пересекающихся граней пирамиды и призмы, соединяем отрезками прямых с учетом видимости. Видимыми относительно той или иной плоскости проекций считаются те участки ломаной, которые являются линией пересечения двух видимых относительно этой плоскости проекций граней многогранников.

Участки $6_7-8_7-9_7$ и 7_7-10_7 ломанной на Π_1 невидимы, так как являются результатом пересечения невидимой грани призмы с поверхностью пирамиды.

На рис. 11 приведено условие задачи №3. Заданы два многогранника. Необходимо построить три проекции линии их пересечения. Пример выполнения задачи №3 приведен на рис. 12.

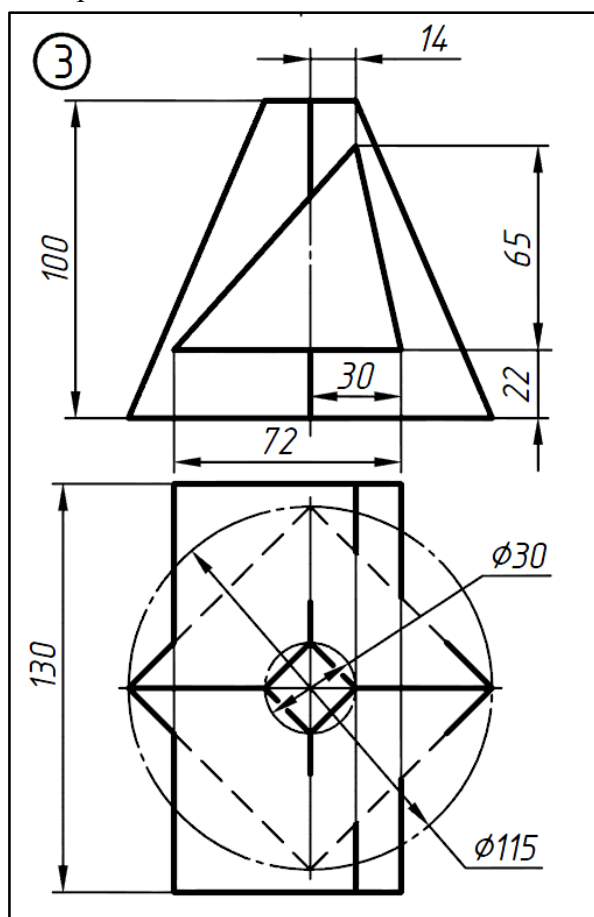


Рис. 11

Опорные точки 3 и $3'$ пересечения левого ребра призмы и опорные точки 5 и $5'$ пересечения правого ребра призмы с гранями пирамиды определены с помощью горизонтальной плоскости уровня Γ , которая пересекает пирамиду по четырёхугольнику, подобному основанию пирамиды.

Опорные точки 4 и $4'$ пересечения рёбер пирамиды с гранью призмы найдены с помощью линий связи из условия принадлежности.

4. Определять промежуточные точки нет необходимости.

5. Вершины ломаной линии, которые принадлежат одной паре пересекающихся граней пирамиды и призмы, соединяем отрезками прямых с учетом видимости. Участки $3_7-4_7-5_7$ и $3'_7-4'_7-5'_7$ ломанной на Π_1 невидимы, так как являются результатом пересечения невидимой грани призмы с поверхностью пирамиды.

Следуем общей схеме решения задач на пересечение поверхностей.

1. Анализируем заданные фигуры. Заданы **многогранники**: пирамида и призма. Все ребра призмы пересекают грани пирамиды. Имеем случай **проникновения**. Призма занимает **проецирующее положение** на Π_2 . Фронтальная проекция линии пересечения совпадает с проекцией призмы.

2. Характеризуем линию пересечения. В случае проникновения линия пересечения распалась на две **замкнутые пространственные ломаные линии**: $1-2-4-5-1$ и $1'-2'-3'-4'-5'-1'$.

3. Опорные точки 1 и $1'$ пересечения верхнего ребра призмы с гранями пирамиды определены при помощи отрезков вспомогательной прямой, параллельной основанию пирамиды из условия принадлежности.

Опорные точки 2 и $2'$ пересечения рёбер пирамиды с гранью призмы найдены с помощью линий связи из условия принадлежности.

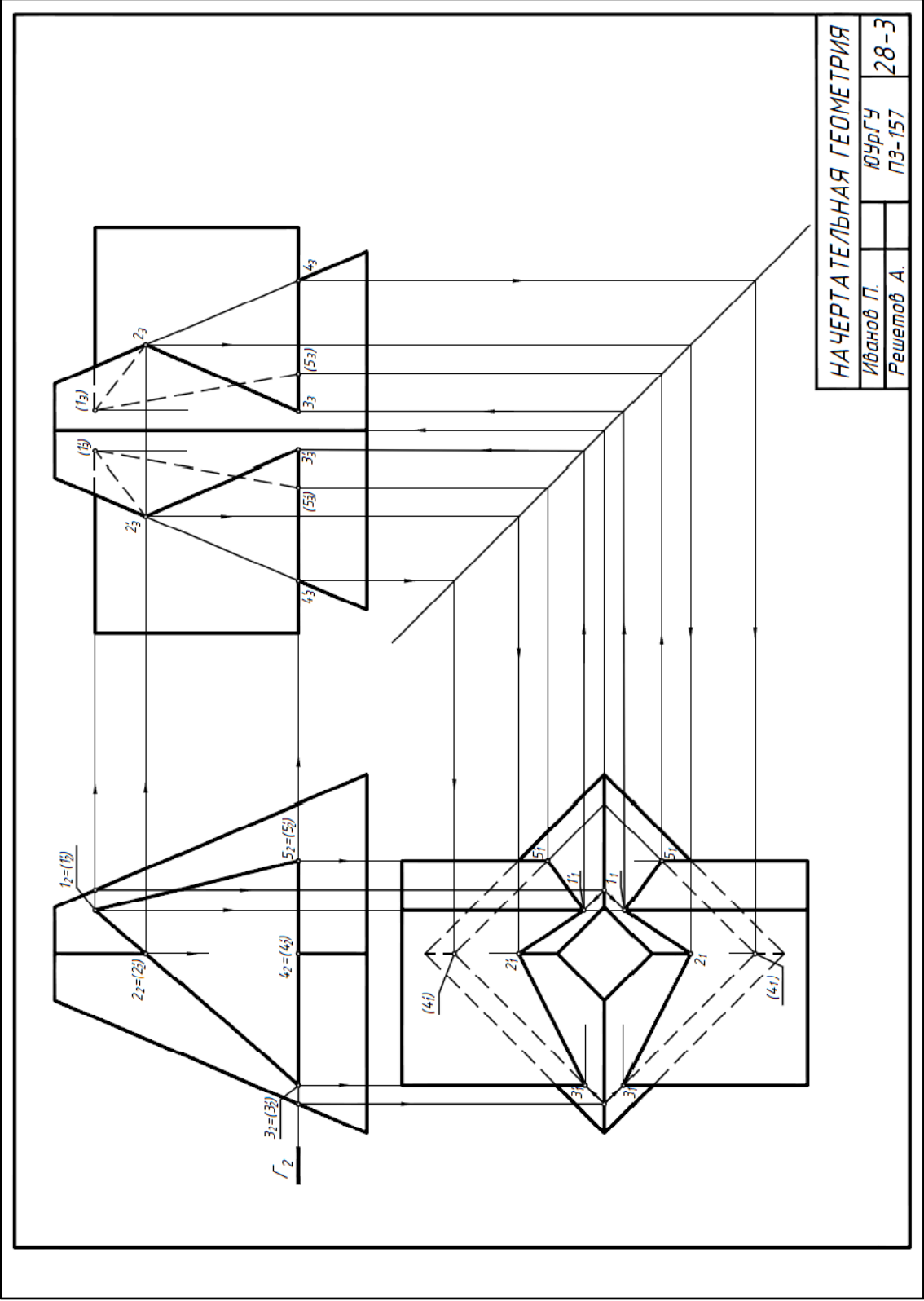


Рис. 12

ЗАДАНИЕ № 1 Задача №4

Построить линию пересечения двух поверхностей (многогранной и кривой) в трех проекциях. Задания по вариантам в приложении №1 (задача №4)

Методические указания

Линия пересечения многогранной и кривой поверхностей является **совокупностью нескольких плоских кривых**, каждая из которых – результат пересечения кривой поверхности с одной из граней многогранника. В случае проникания эта совокупность плоских кривых распадается на две и более части. Отдельные участки линии, получаемые при пересечении, представляют собой плоские кривые: эллипс, окружность, гиперболу, параболу и др. Опорные точки – это точки пересечения ребер многогранника с кривой поверхностью, экстремальные и точки смены видимости.

Рассмотрим пример: построение линии пересечения призмы и конуса. Определение видимости (рис. 13).

1. Задана кривая поверхность (конус) и многогранная (призма). Случай врезки. Призма занимает проецирующее положение относительно Π_3 .

2. Проекция линии пересечения совпадает с профильным очерком призмы в пределах очерка конуса. Линия пересечения состоит из частей эллипса (точки $1-C-E-A-F-D-1'$), окружности ($1-4-2-2'-4'-1'$) и гиперболы ($2-5-3-5'-2'$), которые пересекаются в точках на ребрах призмы ($1, 1', 2$ и $2'$).

3 Опорные точки: на ребрах призмы ($1, 1', 2$ и $2'$), высшая и низшая точки эллипса A и B , точки C и D ограничивают малую ось эллипса (см. рис. 7), очерковые – $3, E, F, 4, 4'$.

4. Промежуточные точки 5 и $5'$ для построения гиперболы. Все точки найдены из условия их принадлежности поверхности конуса.

5. Полученные точки соединим плавными кривыми с учетом видимости. Эллипс на Π_2 не виден, так как принадлежит не видимой грани призмы.

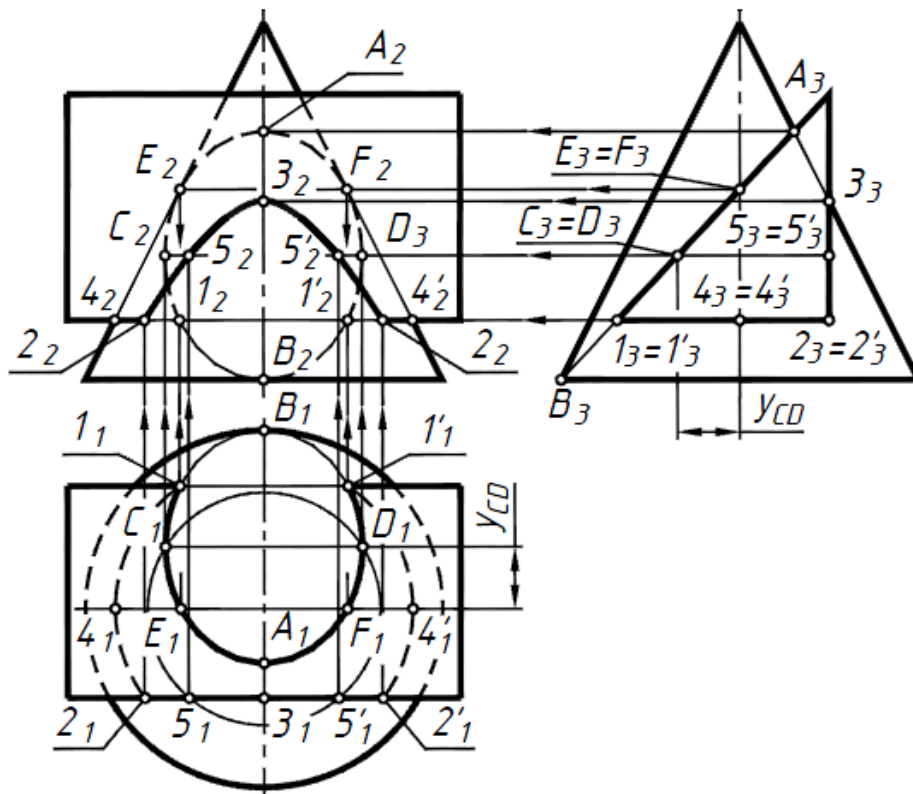


Рис. 13

На рис. 14 приведено условие задачи №4. Заданы многогранная и кривая поверхности. Необходимо построить три проекции линии их пересечения. Пример выполнения задачи №4 приведен на рис. 15.

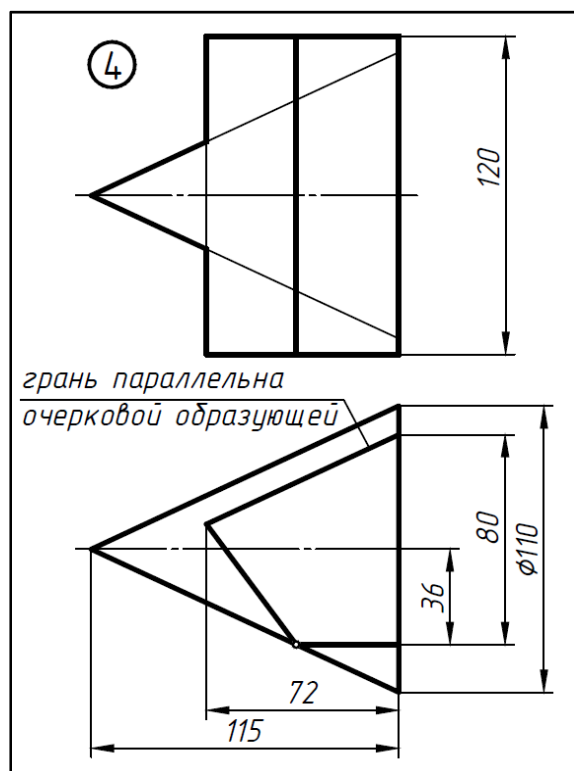


Рис. 14

1. Согласно общей схеме решения задач на пересечение поверхностей, анализируем условие задачи. Задан конус, ось которого перпендикулярна Π_3 и призма, занимающая проецирующее положение на Π_1 .
 2. Линия пересечения конуса и призмы является **совокупностью четырёх плоских кривых**, каждая из которых – результат пересечения поверхности конуса с одной из граней призмы. Грань призмы, параллельная Π_2 , пересекает конус по гиперболе (1–2–3–2'–1'). Следующая грань призмы пересекает конус по части эллипса (точки 3–4–5–6–6'–5'–4'–3). Грань призмы, параллельная очерковой образующей конуса, пересекает конус по части параболы (6–7–8–8'–7'–6'). Грань призмы, параллельная основанию конуса, пересекает его по части окружности (8–9–1–1'–9'–8'). Эти кривые пересекаются в точках на ребрах призмы (1, 1', 3, 6, 6', 8 и 8').
 3. Опорные точки: на ребрах призмы (1, 1', 3, 6, 6', 8 и 8'), высшая и низшая точки эллипса (4 и 4'), очерковые на Π_2 – (5, 5', 9, 9').
 4. Промежуточные точки 2 и 2' для построения гиперболы. Промежуточные точки 7 и 7' для построения параболы.
- Все точки найдены из условия их принадлежности поверхности конуса (с помощью параллелей).
5. Полученные точки соединим плавными кривыми с учетом видимости. Парабола на Π_2 не видна, так как принадлежит невидимой грани призмы. Часть эллипса на Π_2 не видна, так как расположена на задней невидимой поверхности конуса. Точки 5 и 5' являются точками смены видимости.

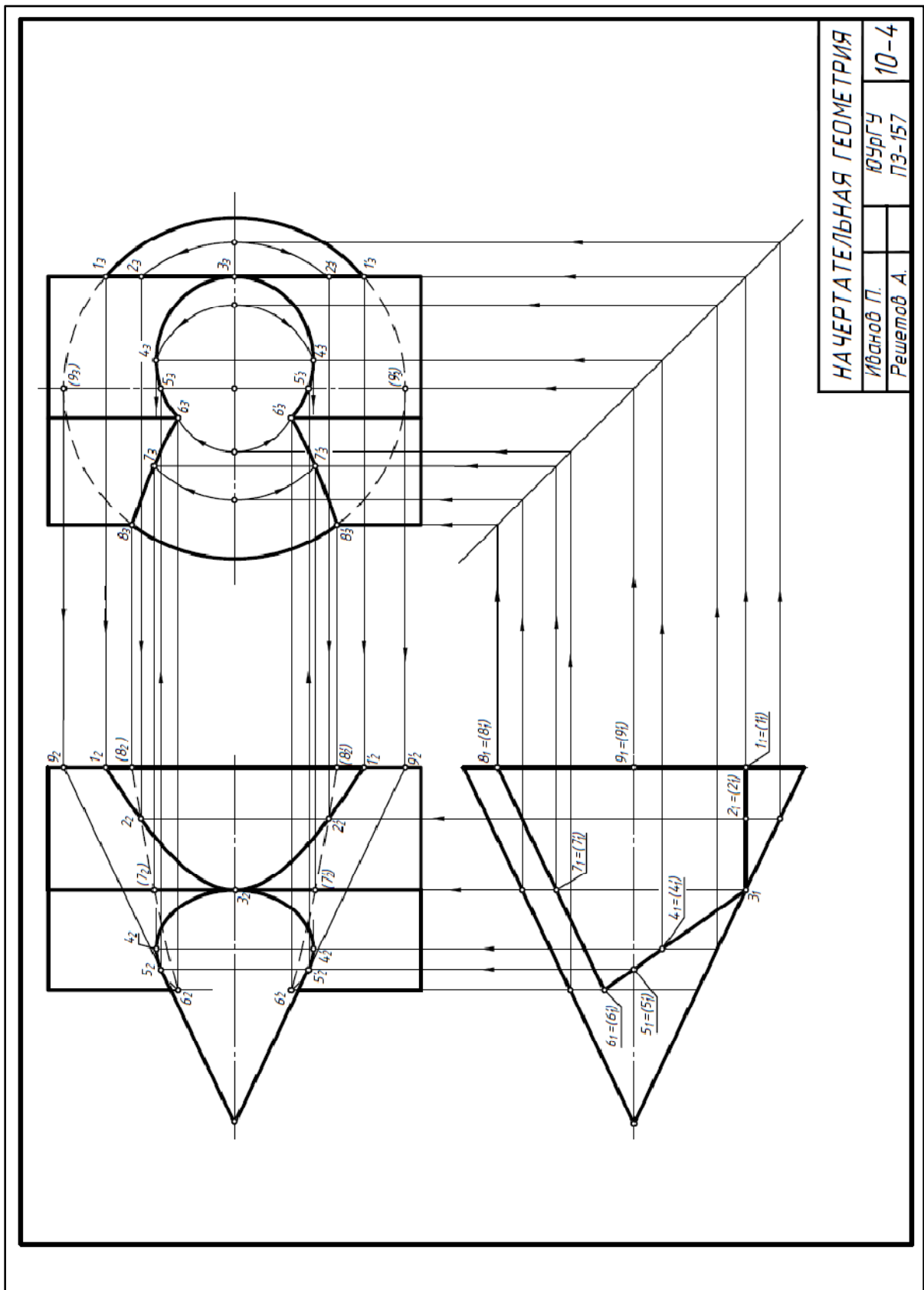


Рис. 15