

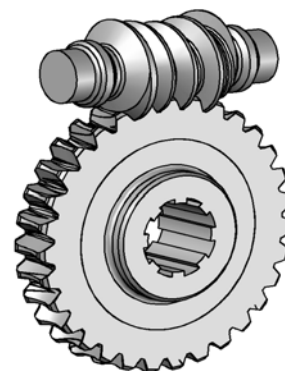
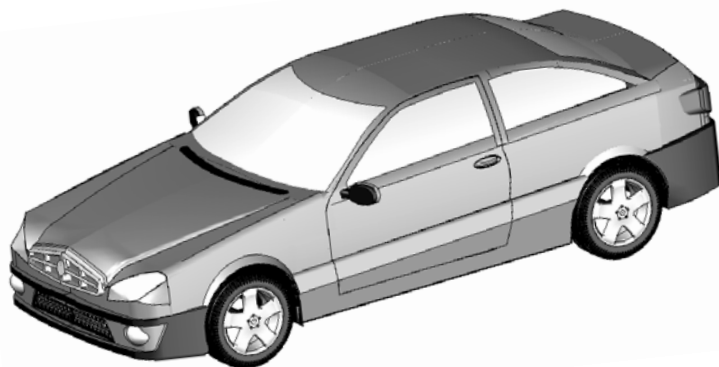
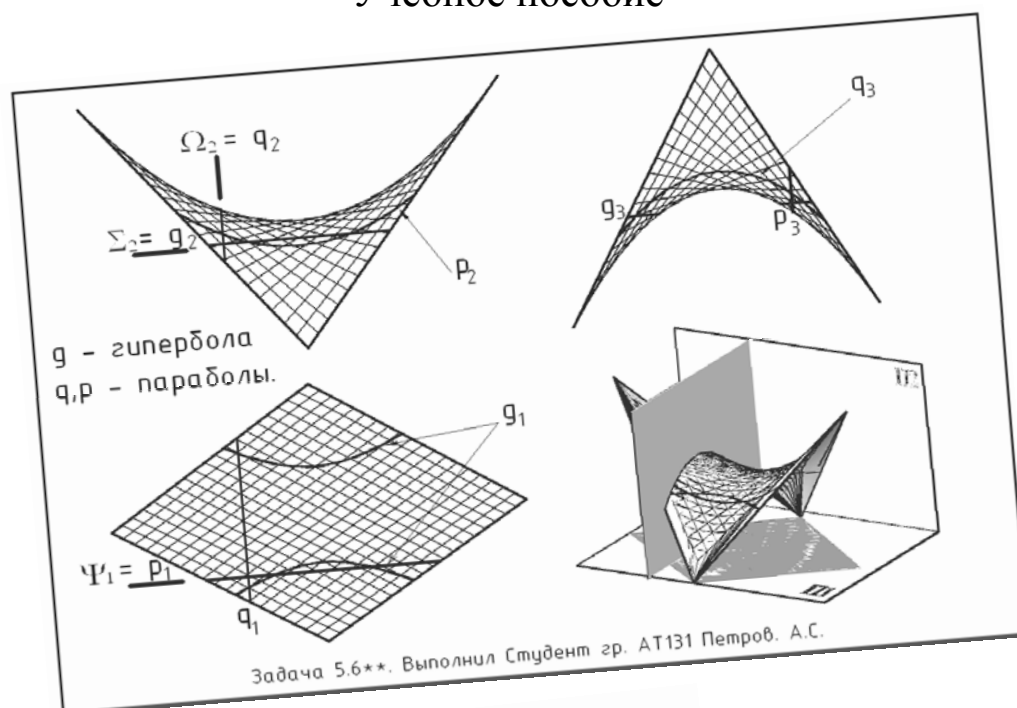
Министерство образования и науки Российской Федерации
Южно-Уральский государственный университет
Кафедра графики

514.18(07)
Х358

А.Л. Хейфец, А.Н. Логиновский

Начертательная геометрия и компьютерное геометрическое моделирование

Учебное пособие



Челябинск
Издательский центр ЮУрГУ
2013

А
У
Т
О
С
А
Д

Министерство образования и науки Российской Федерации
Южно-Уральский государственный университет
Кафедра графики

514.18(07)
Х358

А.Л. Хейфец, А.Н. Логиновский

Начертательная геометрия и компьютерное геометрическое моделирование

Учебное пособие

Студент _____

Группа _____

Контрольно-графическое задание	Оценка	Преподаватель
Коллоквиум № 3		
Коллоквиум № 4, 6		
Позиционные задачи (7 задач)		
Исследование линии пересечения (Ф)		
Расчет инсоляции (АС)		
Модель автомобиля (АТ)		
Допуск		

Челябинск
Издательский центр ЮУрГУ
2013

УДК 514.18(075.8) + 004(075.8)

X358

*Одобрено
учебно-методической комиссией
архитектурно-строительного факультета*

*Рецензенты:
С.В. Евсеенков, И.Г. Торбеев*

X 358 **Хейфец, А.Л.**

Начертательная геометрия и компьютерное геометрическое моделирование: учебное пособие / А.Л. Хейфец, А.Н. Логиновский. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2013. – 89 с.

Изложена практическая и лекционная часть учебного курса, развитие которого является актуальной задачей в связи с распространением компьютерных 3D технологий проектирования. Курс объединяет алгоритмы начертательной геометрии и алгоритмы 3D компьютерного геометрического моделирования.

Включены как типовые, так и оригинальные задачи для лекционных и практических занятий, ориентированные на традиционные методы решения средствами начертательной геометрии, а также на новые методы 3D компьютерного моделирования. Приведена методика и примеры решения задач.

Компьютерная часть ориентирована на пакет AutoCAD.

Пособие предназначено для бакалавров по направлениям подготовки 270800 "Строительство", 190100 "Наземные транспортно-технологические комплексы", 151600 "Прикладная механика" и других направлений инженерной подготовки.

УДК 514.18(075.8) + 004(075.8)

© Издательский центр ЮУрГУ, 2013

ВВЕДЕНИЕ

Отформатировано: интервал
После: 0 пт

Основу проектирования составляет формирование геометрической модели объекта, в виде электронной модели или плоских графических изображений – чертежа. Создание и исследование геометрической модели, то есть процесс геометрического моделирования, может проходить в разных формах. Различают двухмерную и трехмерную технологии геометрического моделирования, которые называют соответственно 2D и 3D технологиями (D – dimension, размерность).

В рамках 2D технологии геометрическое моделирование ведется путем построения и анализа плоских отображений разрабатываемого объекта – его проекций. Теоретическую основу 2D технологии составляет начертательная геометрия. Лист бумаги, карандаш и кульман – вот арсенал технических средств этого метода. Распространены и компьютерные варианты 2D технологии, в которых компьютер применяется как электронный кульман, позволяющий разгрузить проектировщика от рутинной графической работы по проведению линий требуемой толщины, выполнению надписей определенным шрифтом, стрелочек определенной формы и т.п. Однако сущность метода при этом не меняется: образ фиксируется посредством проекций.

По 3D технологии геометрические задачи решаются непосредственно на моделях пространственных объектов, а не по их проекциям. Этот естественный для человека вариант моделирования стал реально возможным благодаря компьютерной графике, позволяющей достаточно просто строить трехмерные модели и наглядно отображать их на экране. Исчезла необходимость промежуточных отображений разрабатываемого объекта на плоскость чертежа. Кроме того, при 3D технологии компьютер “берет на себя” выполнение многих операций геометрического моделирования: строит линии пересечения, разрезы и сечения, любые проекции и многое другое. Тем самым осуществляется интеллектуальная разгрузка инженера.

Если 3D технологии полностью охватывают процесс проектирования и производства, нет необходимости в построении чертежа. Созданную трехмерную модель можно записать в файл и сразу передать на станок с ЧПУ. Однако в обозримом будущем чертеж сохранит свою роль как “язык техники”. В 3D технологии построение чертежа выполняется на завершающей стадии проектирования и в значительной мере автоматизировано.

3D технология на базе современной компьютерной техники и программного обеспечения активно входит в практику проектирования.

Рынок программных продуктов наполняется пакетами САПР, реализующими 3D технологию. Это AutoCAD, Mechanical Desktop, Inventor, Solidworks, Компас 3D. Пакеты для строителей и архитекторов: ArchiCAD, Architectural Desktop Revit и др. Их внедрение в России идет весьма активно. Несомненно, что по мере подготовки специалистов, владеющих новыми методами работы, 3D технология станет преобладающим методом конструирования.

Содержание курса “Начертательная геометрия и компьютерное геометрическое моделирование”

Цель курса – изучение теоретических основ геометрического моделирования методами 2D и 3D технологий, а также формирование практических навыков работы этими методами. Курс читается в первом семестре ряду специальностей Южно-Уральского государственного университета. Курс рассчитан на студентов с достаточно высокой общей подготовкой. Специальной компьютерной подготовки не требуется, она дается в рамках курса.

Курс состоит из 9 лекций (для Ф-факультета – 18 лекций), 17 лабораторно-практических занятий, 3 – 4 контрольных заданий (в зависимости от специальности), экзамена; содержит основы начертательной геометрии, а также теоретические и практические основы компьютерной 3D технологии проектирования. Курс способствует активному приобщению студентов к компьютерным технологиям и “сквозной” компьютеризации учебного процесса.

Неотъемлемой частью курса является начертательная геометрия, как наука об отображении пространственных объектов на плоскость. Являясь теоретической основой построения чертежа по 2D технологии, начертательная геометрия необходима и для 3D моделирования. Экран компьютера представляет собой плоскость. Высокие метрические свойства изображения, состав-

ленного из ортогональных проекций, приводят к тому, что экран в процессе 3D моделирования часто преобразуют в ряд видовых окон с ортогональными отображениями модели, и нужно уметь оперировать группой проекций, знать проекционную связь. Эти знания необходимы и для получения чертежа как результата 3D геометрического моделирования.

Второй составной частью курса является изложение методов 3D технологии. Рассматриваются пространственные алгоритмы и их привязка к конкретному программному продукту – трехмерному графическому редактору AutoCAD. Выбор AutoCAD'а как инструментального средства для обучения методам 3D технологии проектирования вызван известными достоинствами этого наиболее распространенного в России и в мире пакета САПР.

Темы лекций включают в себя разделы вузовской программы начертательной геометрии, а также основы 3D моделирования в пакете AutoCAD. Практические занятия проводятся в компьютерном зале.

Большая роль отводится самостоятельной работе студентов на домашних компьютерах, которые сегодня должны быть у каждого студента.

Экзамен проводится в компьютерном зале. Экзаменационный билет содержит три вопроса. Первый – изложение теории, например, “Анализ и построение линии пересечения двух многогранников”. Ответ предусматривает освещение 2D и 3D технологий решения. Второй вопрос – решение на компьютере так называемой комплексной задачи. Этот вопрос оформлен в виде автоматизированного коллоквиума, в котором идет диалог студента с компьютером. Компьютер формулирует экзаменационную задачу и оценивает ее решение. Третий вопрос – построение линии пересечения двух поверхностей средствами 2D (то есть методами начертательной геометрии на комплексном чертеже) с подтверждением правильности решения путем реализации задачи на компьютере методами 3D.

Как работать с учебным пособием

Учебное пособие предназначено для лекций и практических занятий по рассматриваемому курсу и содержит задачи, упражнения и необходимый методический материал, не только облегчающий и разъясняющий решение приведенных задач, но позволяющий, что особенно ценно в настоящее время, самостоятельно освоить курс.

В разделах 1 – 8 приведены условия задач в соответствии с темами лекционного курса. В первом разделе приложения даются краткие пояснения и рекомендации для выполнения контрольно-графических заданий.

Разделы приложения 2 – 6 содержат фрагменты лекционного курса и отражают алгоритмы 3D моделирования, необходимые для решения задач.

Задачи разбиты на три группы в соответствии с предлагаемым методом их решения: по 2D или 3D технологии. Задачи первой группы, номер которых не имеет дополнительной отметки в виде звездочки, предназначены для решения методами начертательной геометрии. Решение можно выполнить непосредственно в тетради. Это задачи на построение проекций основных геометрических тел и поверхностей, а также линий их пересечения, метрические задачи. Решение выполняется преимущественно дома в рамках самостоятельной работы на основе лекционного материала и учебной литературы [1 – 3] по начертательной геометрии.

Задачи второй группы помечены звездочкой. Их необходимо решить как в тетради методами начертательной геометрии, так и методами 3D на компьютере. Решение на компьютере необходимо сопоставить с решением в тетради и предъявить для проверки “с экрана”. Прежде чем приступить к решению этих задач, нужно освоить компьютер и AutoCAD в объеме упражнений, приведенных в учебном пособии [4, гл. 1 – 4]. При решении задач рекомендуем пользоваться примерами и пояснениями, изложенными в разделах приложения 1 – 6.

Третья группа задач, отмеченных двумя звездочками, предназначена для компьютерного решения методами 3D.

Последние две задачи (с тремя звездочками) для добровольцев, желающих проверить свои силы в геометрическом компьютерном моделировании, успешно выступить на ежегодной университетской олимпиаде и получить экзамен-“автомат” или попасть в университетскую команду на ежегодную Всероссийскую олимпиаду, проводимую в Москве, Новосибирске, Нижнем Новгороде.

1. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧЕРТЕЖИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР

Комплексный чертеж точки

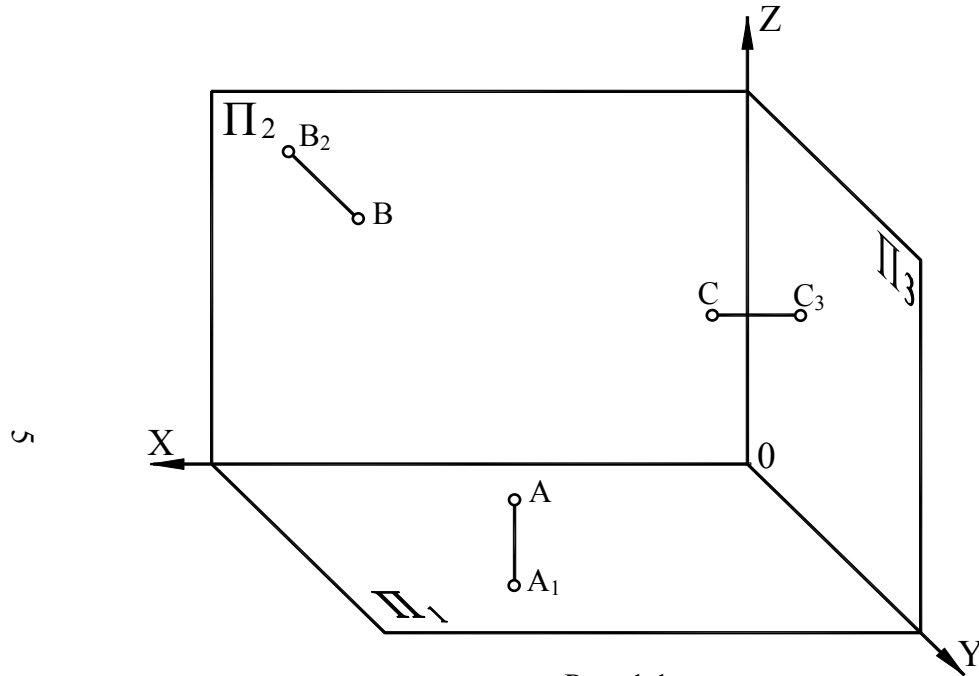


Рис. 1.1

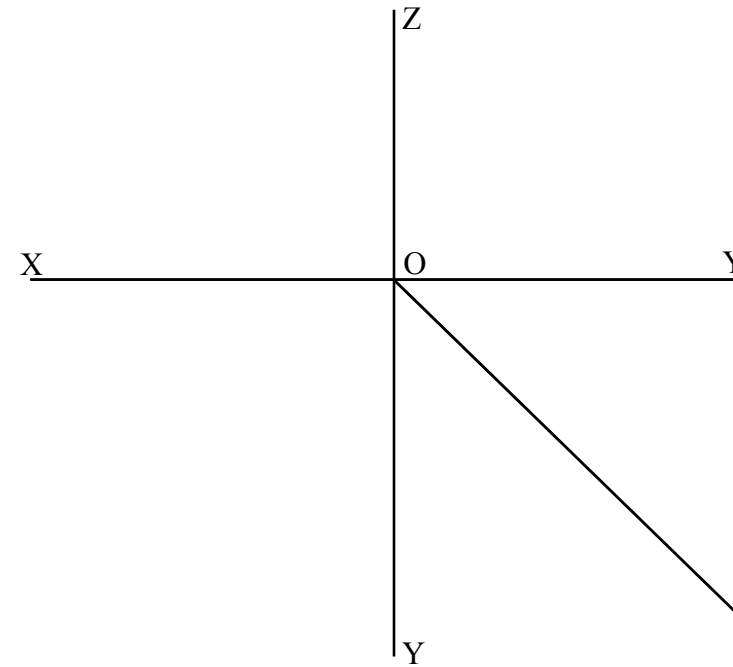


Рис.1.2

	X (широта)	Y (глубина)	Z (высота)
т. А			
т. В			
т. С			

1.1. На аксонометрическом чертеже (рис.1.1) построить недостающие проекции точек А, В, С.

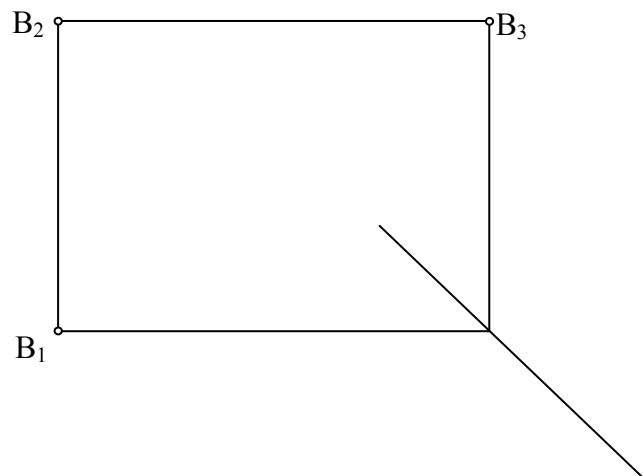
1.2. Координаты точек А, В, С (в мм) занести в таблицу. Коэффициенты искажения по осям X, Z принять равными 1, по оси Y = 0,5.

1.3. Записать название плоскостей проекций: Π_1 _____, Π_2 _____,

Π_3 _____

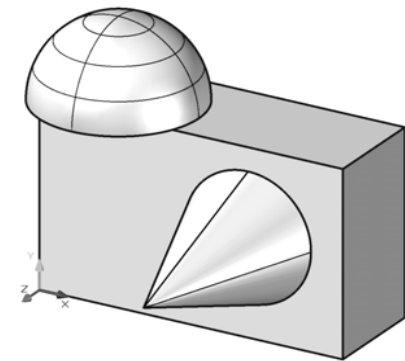
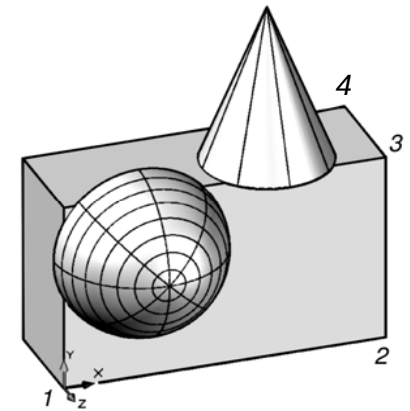
1.4. На рис. 1.2 по координатам построить комплексный чертеж точек А, В, С. Значения координат взять из таблицы на стр. 7.

Безосный способ изображения



1.5. Построить безосный комплексный чертеж точек А, В, С, приняв точку В в качестве базовой. Координаты точек взять из таблицы.

1.6*. Построить в трех проекциях чертежи отрезков АС, АВ и ВС, взяв координаты точек из таблицы.



Примеры композиции

- 1.7*. а) Построить 3D модель композиции, состоящей из параллелепипеда и размещенных на его гранях конуса и полусферы произвольных размеров;
- б) построить чертеж созданной композиции, содержащий три ее проекции;
- в) на чертеже обозначить проекции угловых точек 1 – 4, вершины конуса и центра полусферы;
- г) построить 3D-точку пересечения диагоналей параллелепипеда, определить и обозначить ее проекции;
- д) построить точку на одной из боковых граней параллелепипеда.

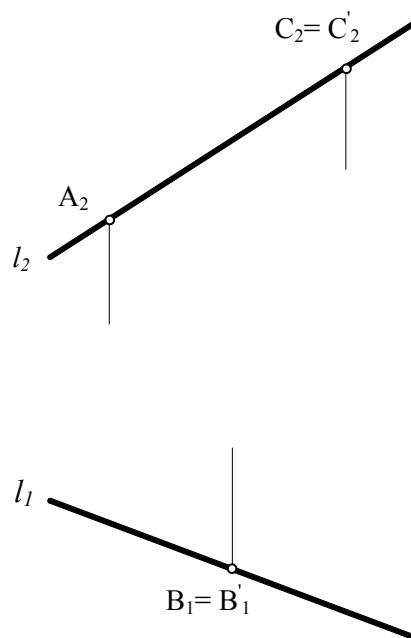
Комплексный чертеж плоскости; принадлежность точки прямой, прямой и точки плоскости

$\Sigma(A, B, C)$

$\alpha(A, a)$

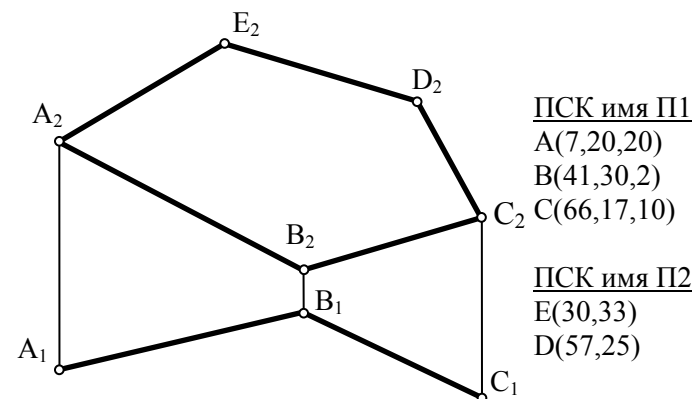
$\gamma(a \cap b)$

$\delta(m \parallel n)$



1.8*. Построить комплексные чертежи плоскостей, заданных различными способами.

1.9. Построить недостающие проекции точек: А принадлежит прямой l ; В выше, а В' ниже прямой l ; С перед, а С' сзади прямой l .



ПСК имяя П1

A(7,20,20)

B(41,30,2)

C(66,17,10)

ПСК имяя П2

E(30,33)

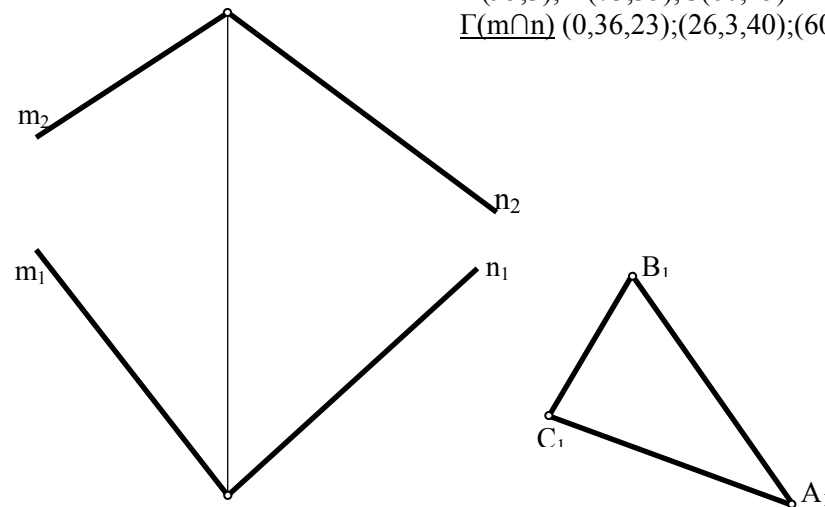
D(57,25)

1.10*. Достроить горизонтальную проекцию плоского пятиугольника.

К зад. 1.11. ПСК имяя П1

A(95,3); B(73,35); C(60,15)

$\Gamma(m \cap n)$ (0,36,23); (26,3,40); (60,34,13)

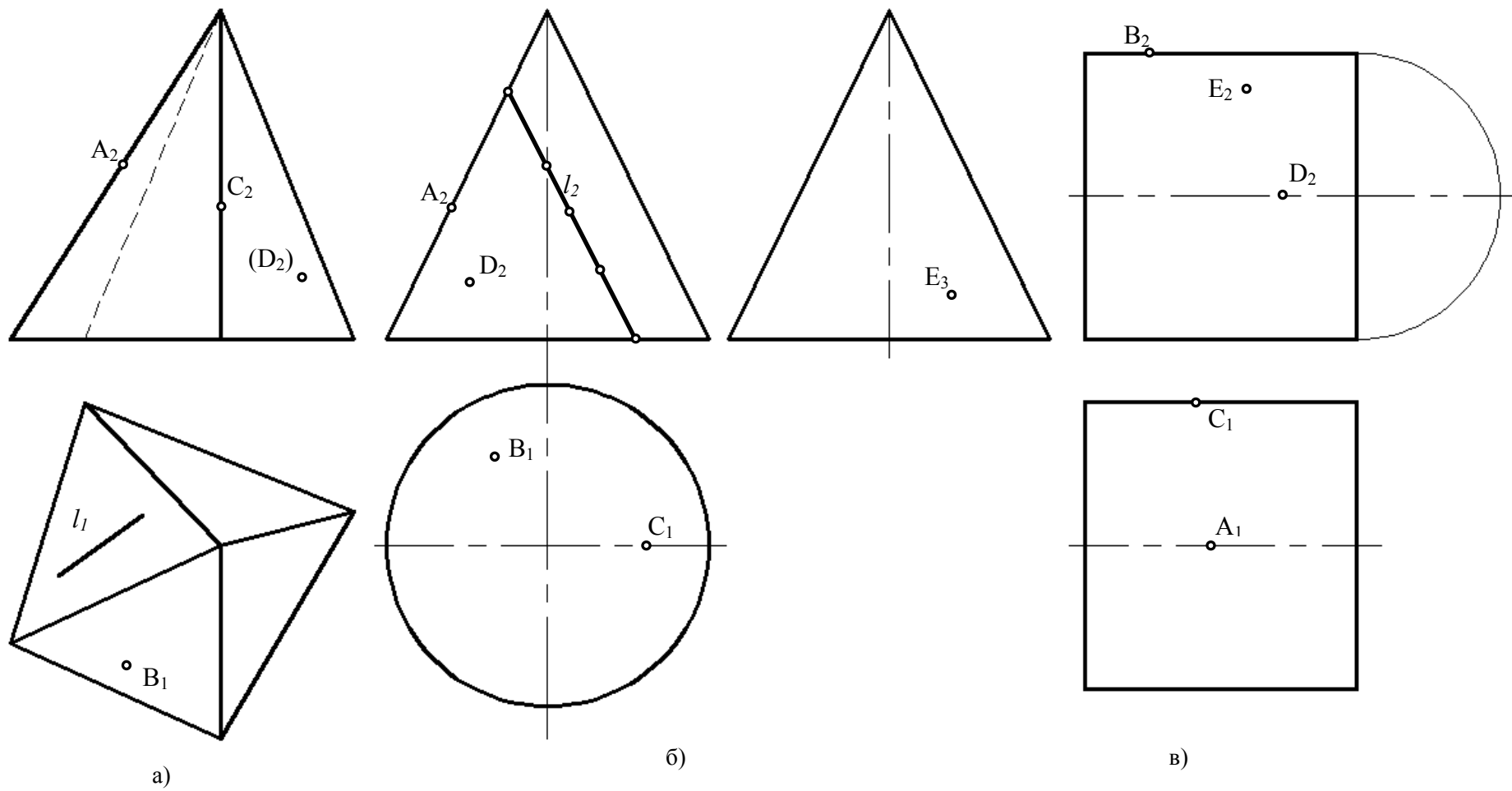


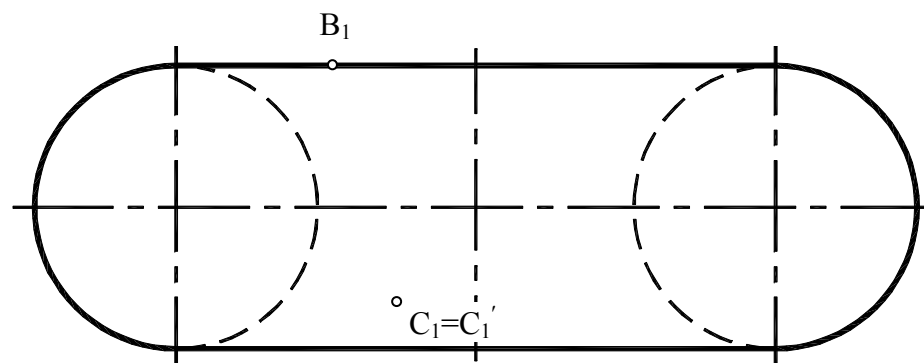
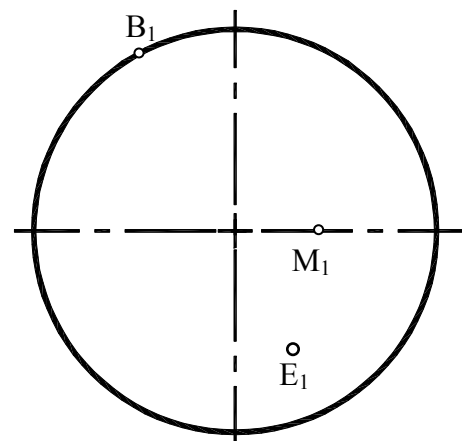
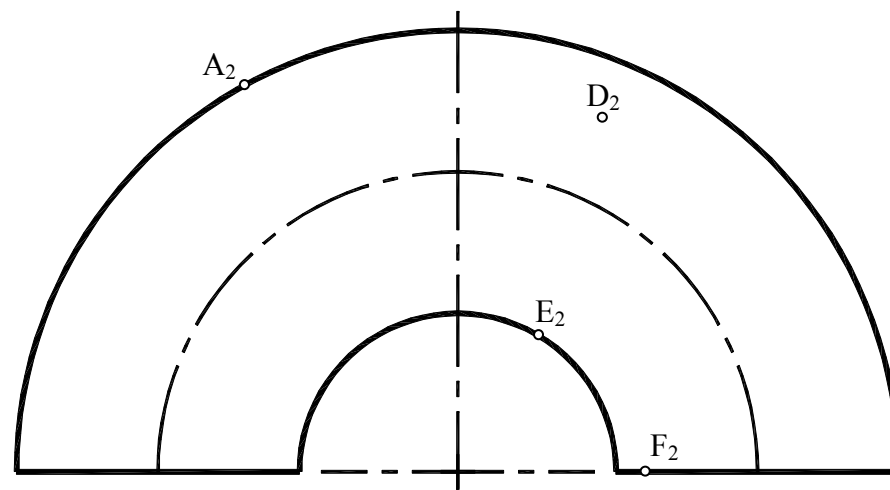
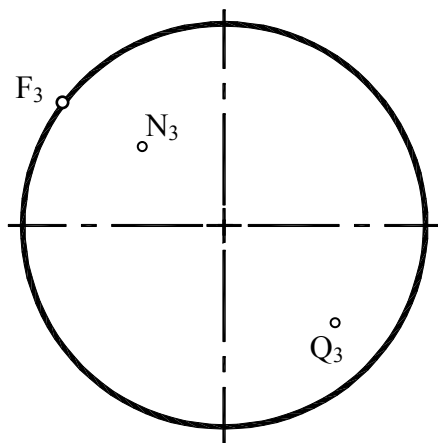
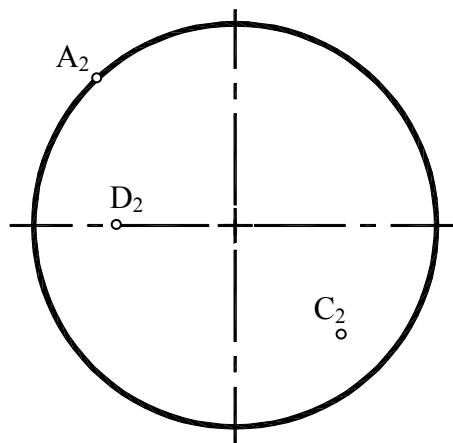
1.11*. В плоскости $\Gamma(m \cap n)$ построить треугольник ABC, горизонтальная проекция которого задана.

Точки и линии на поверхности тел

1.12. Построить недостающие проекции точек и линий, принадлежащих поверхностям. Заданные проекции точек и линий видимы

6





г)

д)

2. ПОЗИЦИОННЫЕ И МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

Положение прямых, плоскостей относительно плоскостей проекций

а) $l(A,B)$ _____
 $X_A - X_B = 35; Y_A - Y_B = 15; Z_A - Z_B = 20$

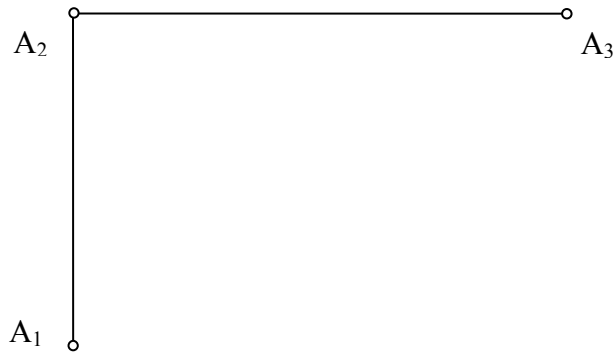
Задать плоскости $\Sigma, \Delta, \Psi \supset l(AB)$ и $\perp \Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$

б) $h(A,B)$ _____
 $X_A - X_B = 35; Y_A - Y_B = 15; Z_A - Z_B = 0$

Задать плоскость $\Gamma \supset h(A,B)$ и $\parallel \Pi_1$

в) $f(A,B)$ _____
 $X_A - X_B = 35; Y_A - Y_B = 0; Z_A - Z_B = 20$

Задать плоскость $\Omega \supset f(A,B)$ и $\parallel \Pi_2$



г) $p(A,B)$ _____
 $X_A - X_B = 0; Y_A - Y_B = 15; Z_A - Z_B = 20$

Задать плоскость $\Theta \supset p(A,B)$ и $\parallel \Pi_3$

д) $e(A,B)$ _____
 $X_A - X_B = 0; Y_A - Y_B = 0; Z_A - Z_B = 20$

е) $g(A,B)$ _____
 $X_A - X_B = 0; Y_A - Y_B = 15; Z_A - Z_B = 0$

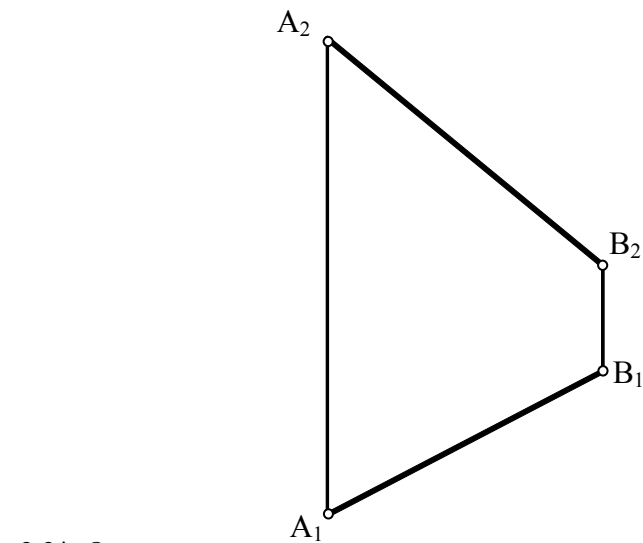
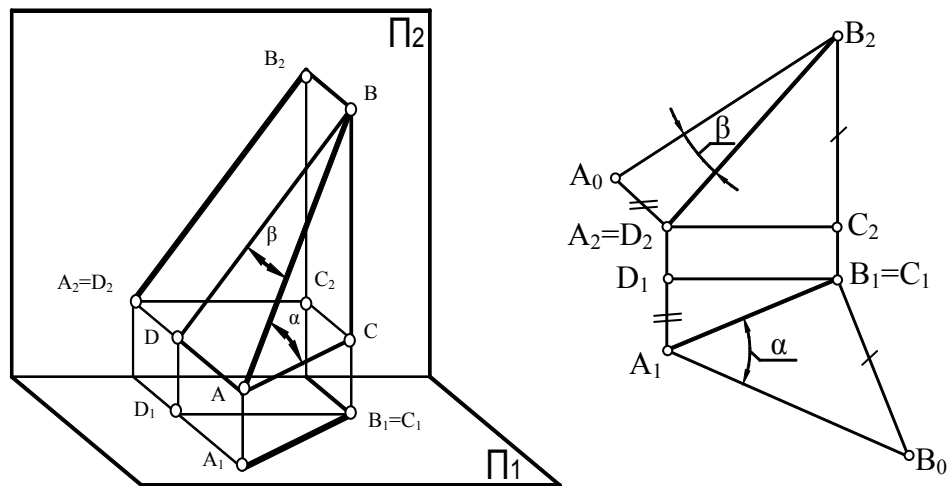
ж) $k(A,B)$ _____
 $X_A - X_B = 35; Y_A - Y_B = 0; Z_A - Z_B = 0$

2.1. Построить комплексные чертежи прямых по разности координат двух точек А и В. Записать название прямых.

Задать плоскости частного положения, проходящие через данные прямые, указать углы наклона к плоскостям проекций.

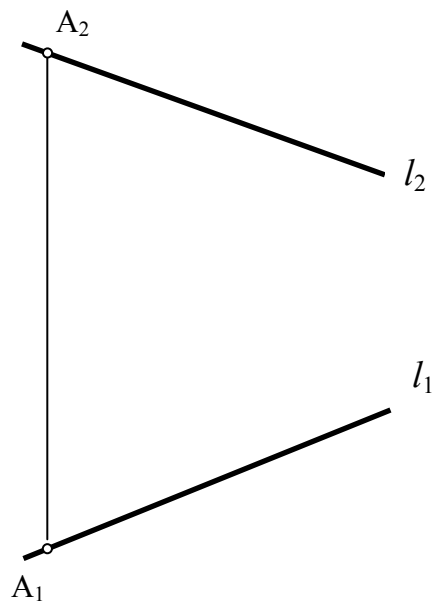
Для прямых частного положения указать на чертеже натуральную длину отрезка и углы наклона к плоскостям проекций.

Длина отрезка и углы его наклона к плоскостям проекций

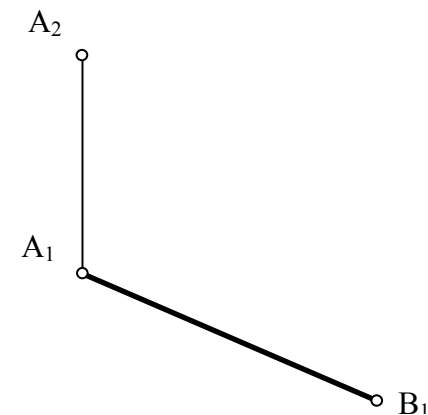


2.2*. Определить натуральную величину отрезка АВ и углы его наклона к плоскостям проекций. $A(10,10,35)$; $B(47,30,7)$.

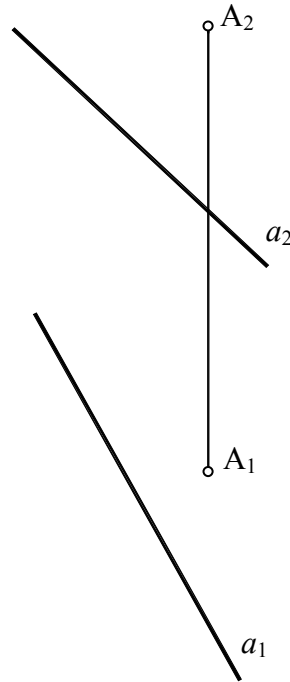
2.3*. Построить проекции точки В, принадлежащей прямой l и расположенной на расстоянии 35 мм вправо от точки А.
 $l(10,10,30)$; $(55,30,15)$.



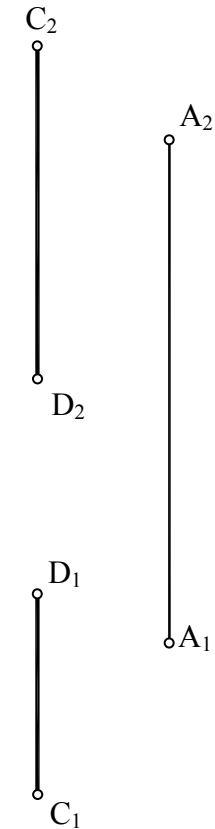
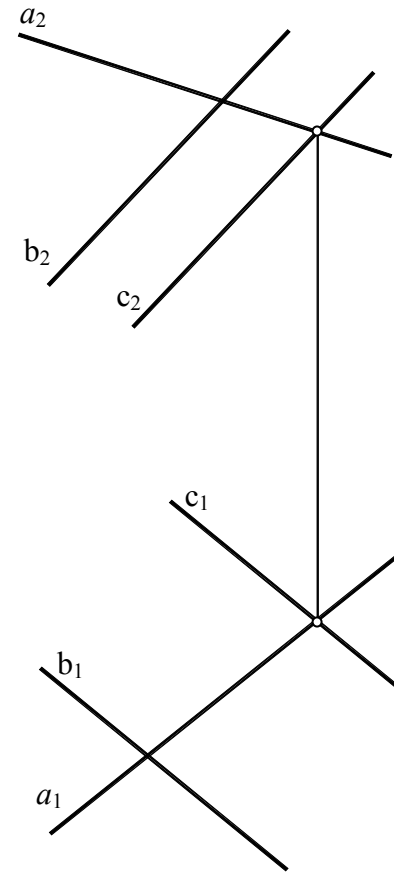
2.4*. Построить фронтальную проекцию отрезка АВ, если известно, что его длина равна 45 мм. $A(10,25,13)$; $A_1(10,25)$; $B_1(50,10)$.



Взаимное положение прямых, плоскостей



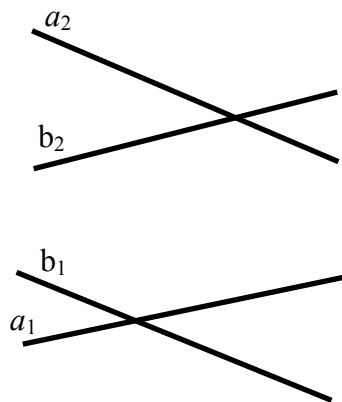
a и b	
a и c	
b и c	
Относительно Π_1	
Относительно Π_2	



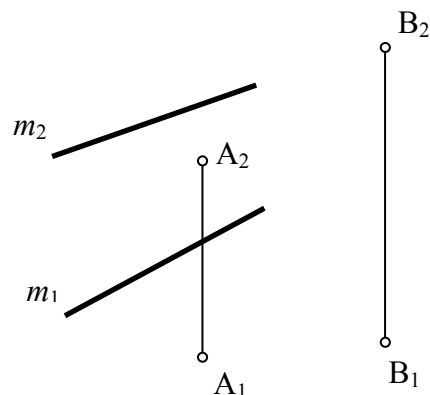
2.5. Построить прямые, проходящие через точку A , пересекающие прямую a и параллельные горизонтальной и фронтальной плоскостям проекций.

2.6. Определить относительное положение прямых a , b , c и взаимное положение скрещивающихся прямых относительно плоскостей проекций.

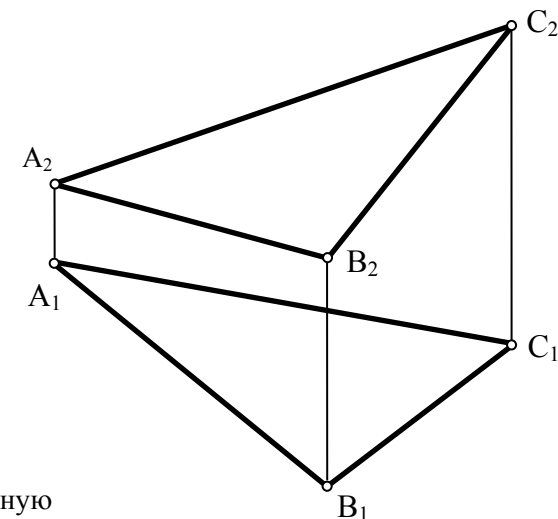
2.7. Построить прямую m , проходящую через точку A и параллельную отрезку CD . На прямой m построить точку B на расстоянии 20 мм от точки A .



2.8. Построить проекции прямых: $k \perp \Pi_1$ и $g \perp \Pi_2$, каждая из которых пересекает прямые a и b .

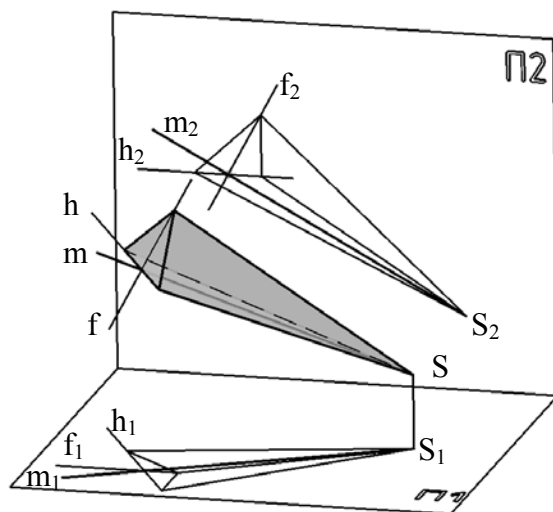


2.9. Через точку A провести плоскость Δ , параллельную прямой m . Через точку B провести фронталь, параллельную плоскости Δ .

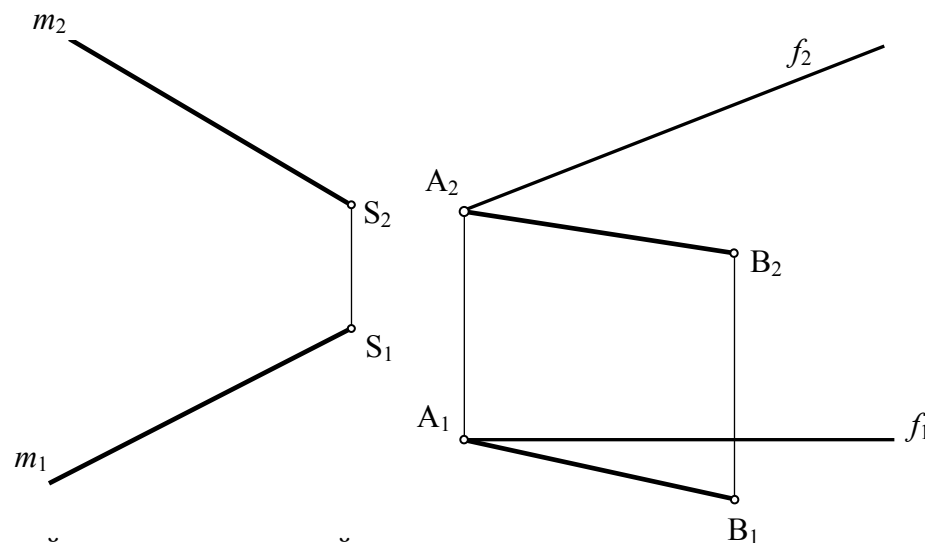


2.10*. Построить главные линии плоскости $\Delta(ABC)$ и линию наибольшего наклона к Π_1 .
(** Определить угол наклона плоскости $\Delta(ABC)$ к Π_1 .)

$A(10,30,10)$; $B(46,0,0)$;
 $C(71,19,31)$.



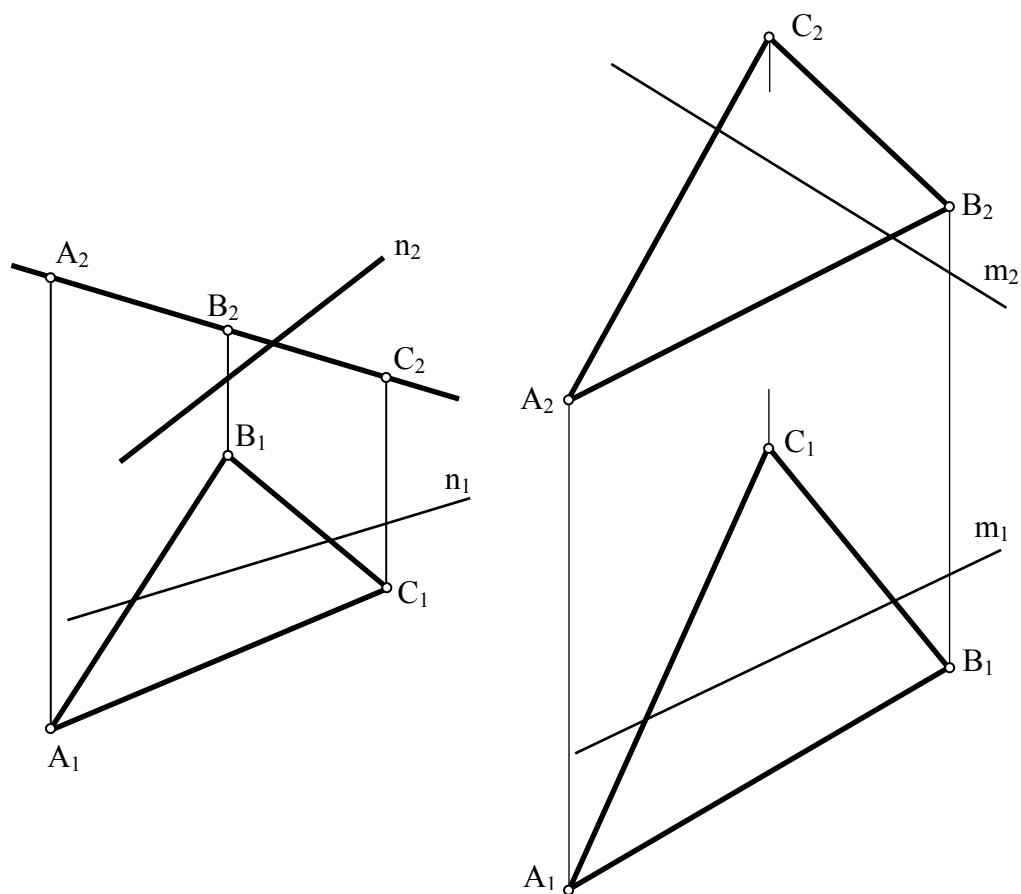
2.11*. Построить проекции треугольной пирамиды с вершиной в точке S и высотой 40 мм, принадлежащей прямой m . $m(10,8,30)$; $(47,28,10)$



2.12*. Построить ромб $ABCD$ с диагональю AC на фронтале f . $A(10,17,14)$;
 $B(46,10,8)$; $f(A; (68,17,37))$

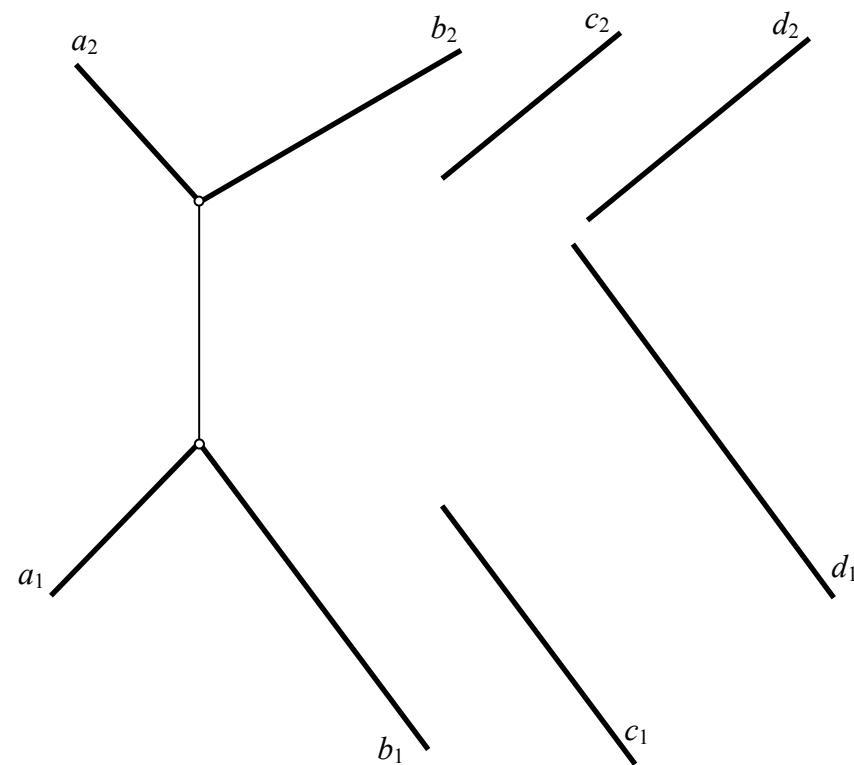
Пересечение прямой с плоскостью, двух плоскостей

15

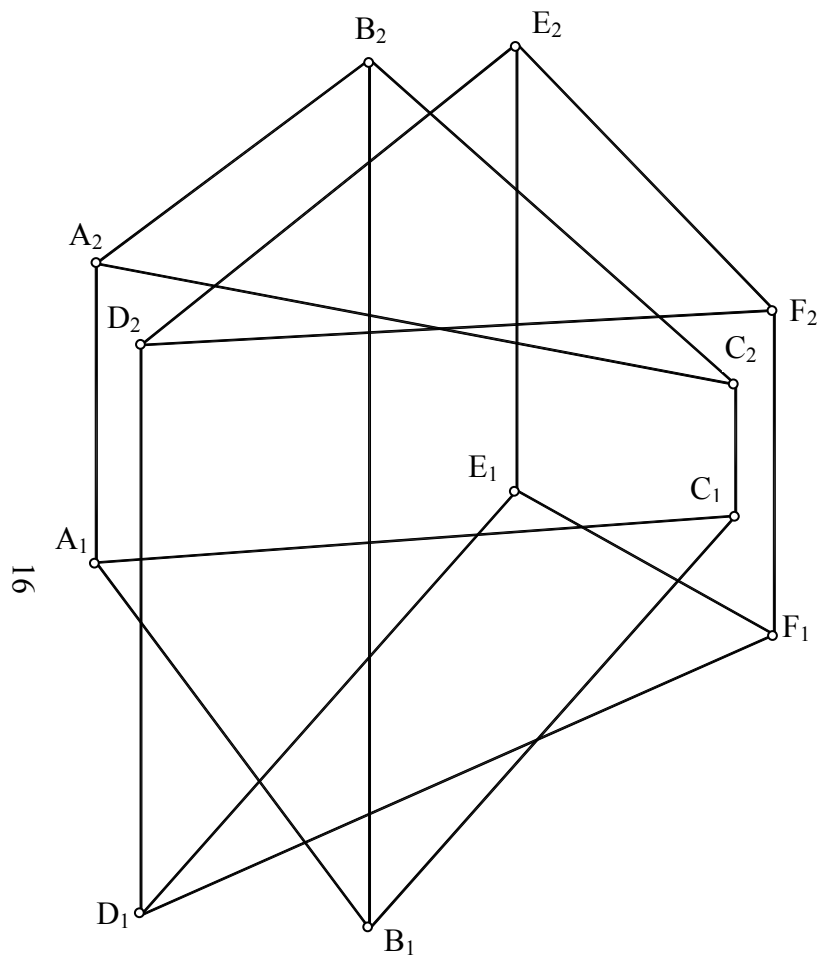


2.13. Построить точку К пересечения прямой n с фронтально проецирующей плоскостью $\Delta(ABC)$.

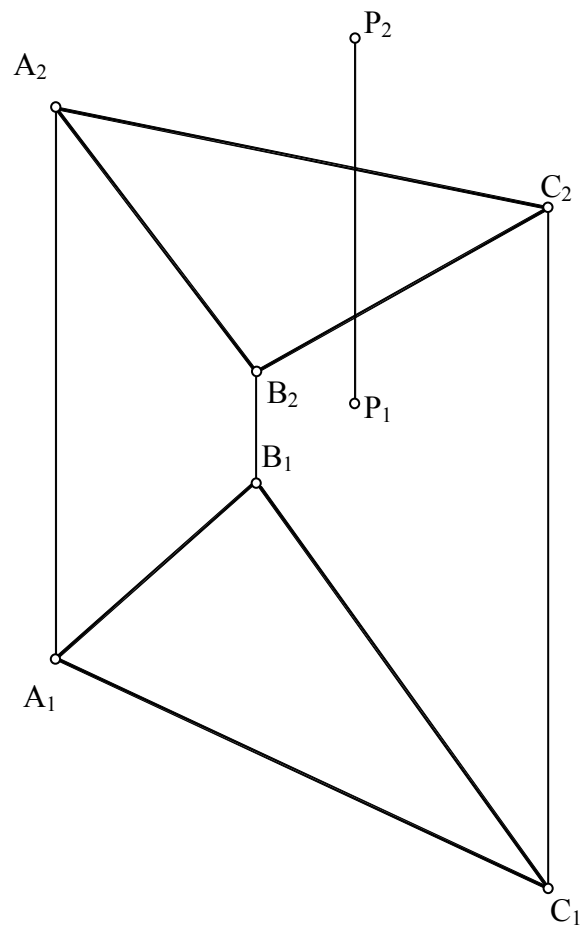
2.14*. Построить точку М пересечения прямой m с плоскостью общего положения $\Sigma(ABC)$.



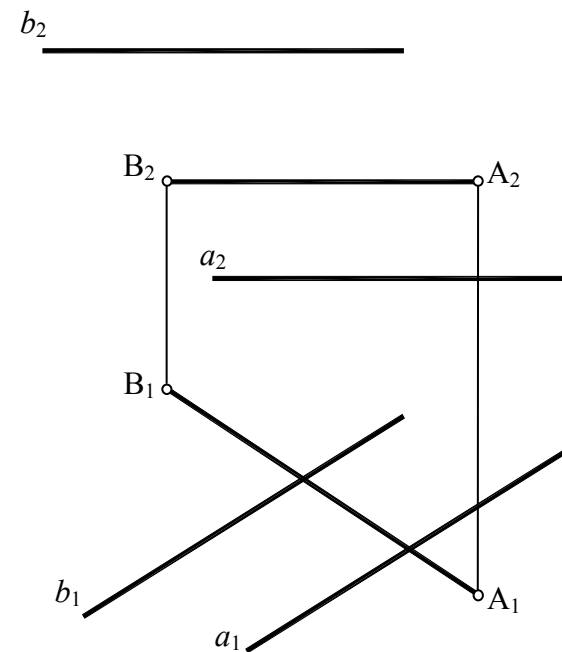
2.15*. Построить прямую m пересечения двух плоскостей общего положения $\Gamma(a \cap b)$ и $\Lambda(c \parallel d)$. (** Определить угол между плоскостями.)



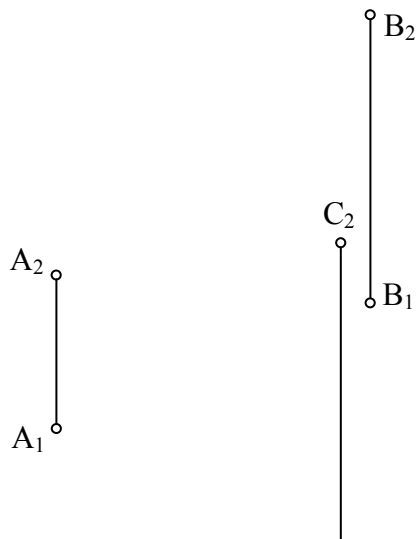
2.16*. Построить прямую $[MN]$ пересечения двух плоскостей общего положения $\Gamma(ABC)$ и $\Lambda(DEF)$.



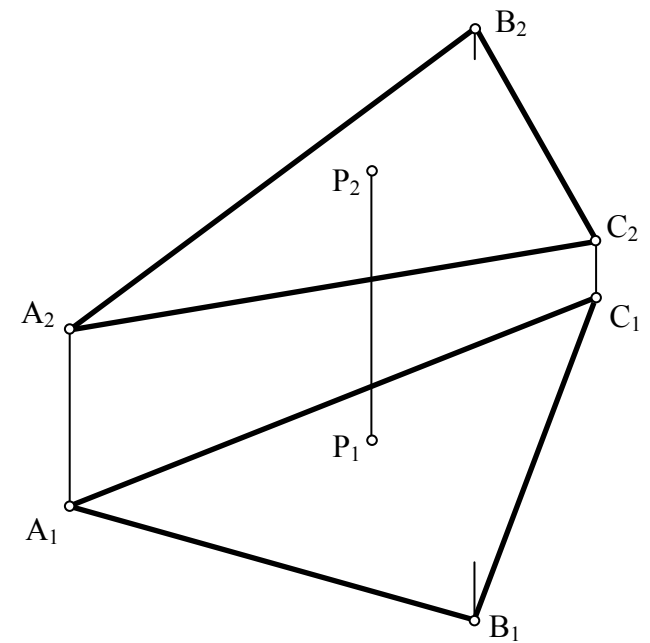
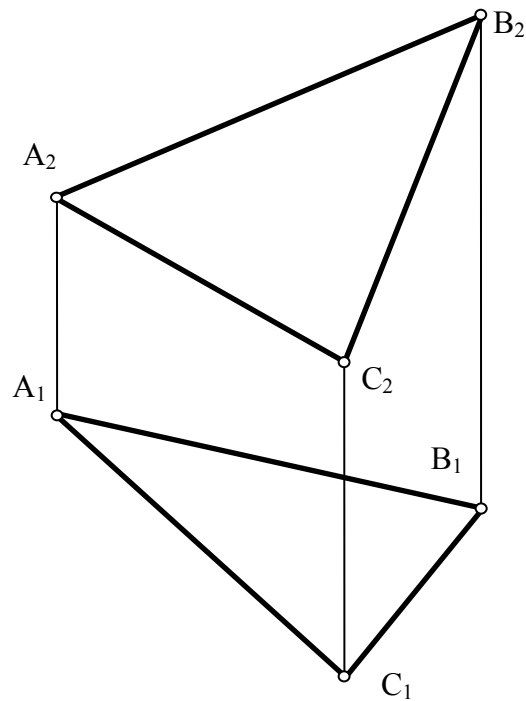
2.17*. Построить ортогональную проекцию точки P на плоскость $\Delta(ABC)$



2.18*. Построить ортогональную проекцию отрезка AB на плоскость $\Gamma(a \parallel b)$.



2.19*. Построить проекции точки C , равноудаленной от точек A и B .

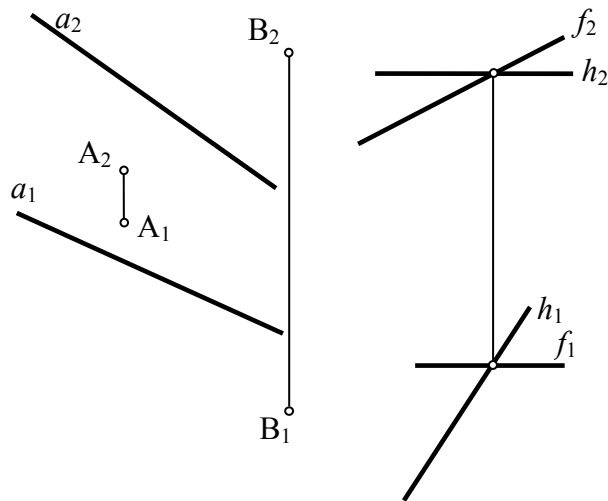


2.20*. Построить множество точек, удаленных от плоскости $\Sigma(ABC)$ на расстояние 20 мм.

Относительно:

Π_1 _____
 Π_2 _____
 Π_3 _____

2.22. Построить проекции точки P на плоскость $\Delta(ABC)$ в направлении осей X , Y , Z . Определить относительное положение точки и плоскости.



2.21. Через точку B провести плоскость $\Gamma(c \cap d)$, перпендикулярную плоскостям $\Sigma(A, a)$ и $\Delta(h \cap f)$.

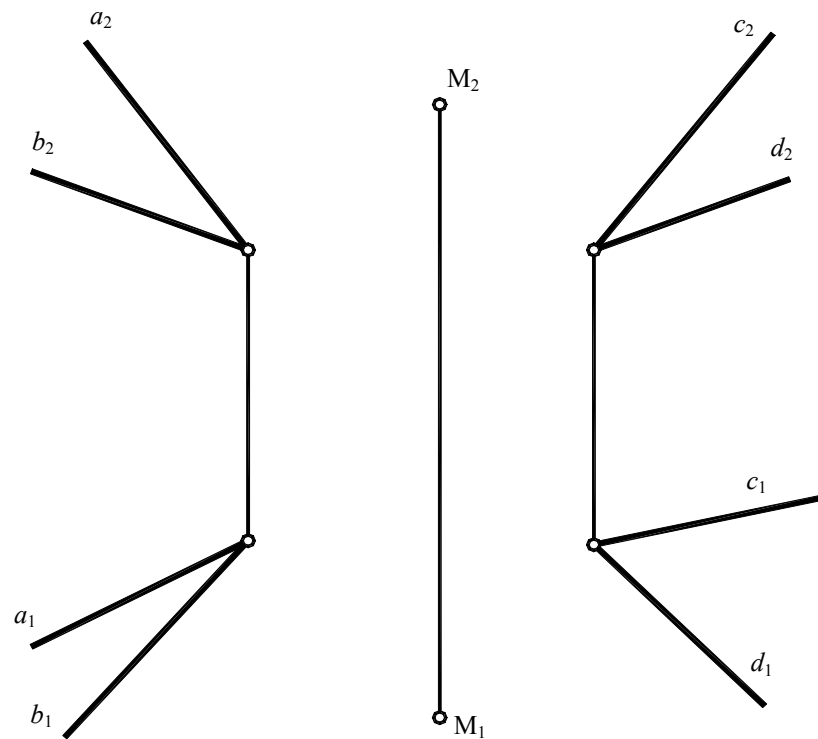
3. КОМПЛЕКСНЫЕ ЗАДАЧИ

Анализ:

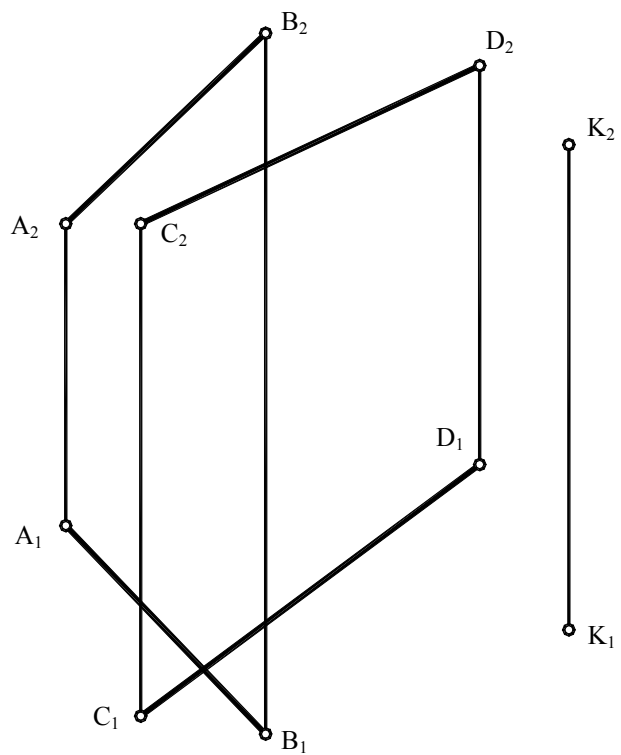
Исследование:

Алгоритм 1:

Алгоритм 2:



3.1*. Через точку М провести прямую, параллельную плоскостям $\Sigma(a \cap b)$ и $\Delta(c \cap d)$.



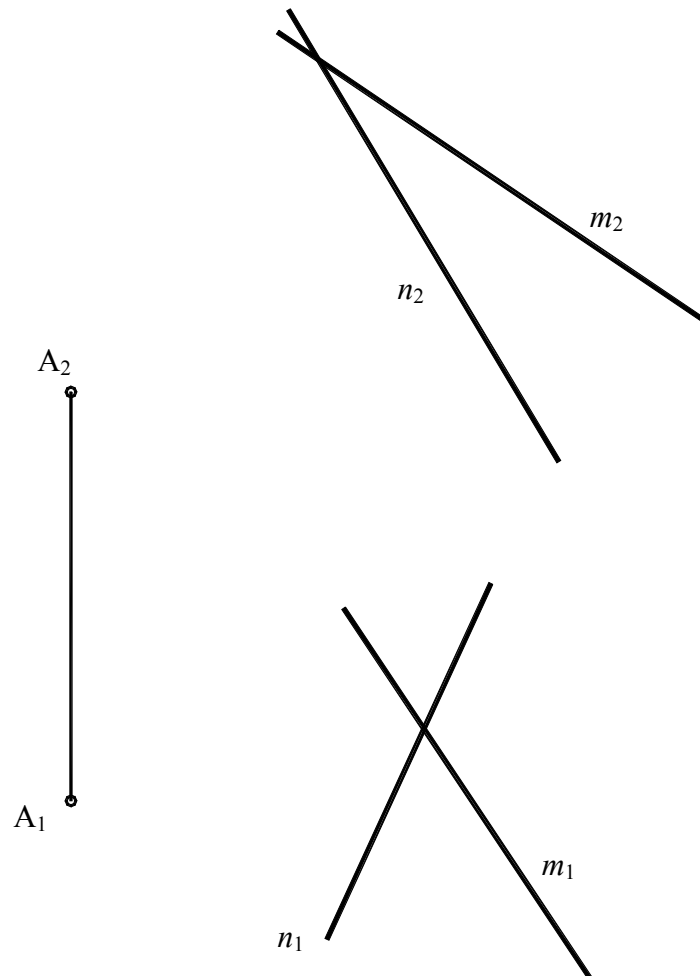
Анализ:

Исследование:

Алгоритм 1:

Алгоритм 2:

3.2*. Провести через точку K прямую, пересекающую прямые AB и CD .



3.3*. Через точку A провести прямую, перпендикулярную к прямым n и m .

Дано: $n \not\parallel m$; A

Построить:

$a \perp m, a \perp n, a \supset A$.

Анализ:

1. $\{a: (a \supset A, a \perp n)\} \Rightarrow \gamma$;

2. $\{a: (a \supset A, a \perp m)\} \Rightarrow \delta$;

Исследование:

$a = \gamma \cap \delta$ – единственное решение.

Алгоритм 1:

1. $\gamma \supset A, \gamma \perp n$;

2. $\delta \supset A, \delta \perp m$;

3. $a (\gamma \cap \delta)$ – искомая прямая

Алгоритм 2:

Пусть C – произвольная точка, напр., конточка отрезка m ;

1. $n' \supset C; n' \perp n$;

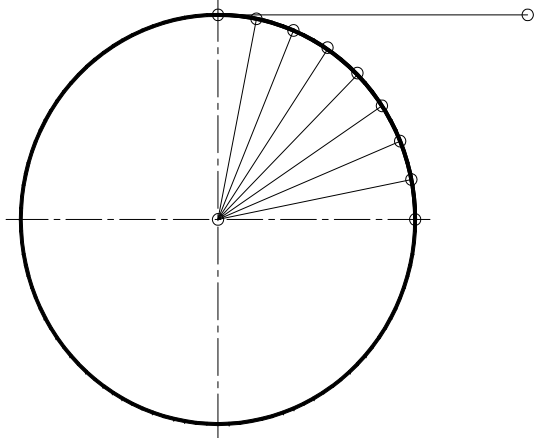
2. $m' \supset C; m' \perp m$;

3. $\phi (n' \cap m')$ – плоскость параллелизма;

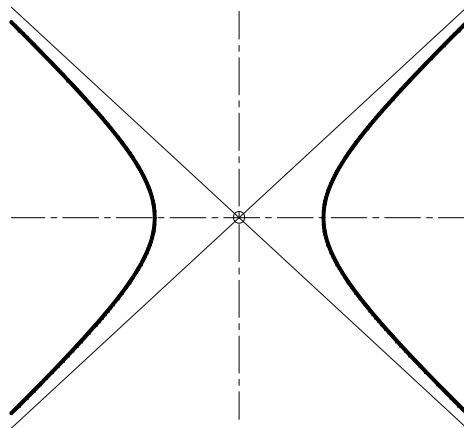
4. $a \supset A; a \perp \phi$ – искомая прямая.

4. КРИВЫЕ ЛИНИИ И ПОВЕРХНОСТИ, ПЛОСКИЕ СЕЧЕНИЯ ТЕЛ И ПОВЕРХНОСТЕЙ

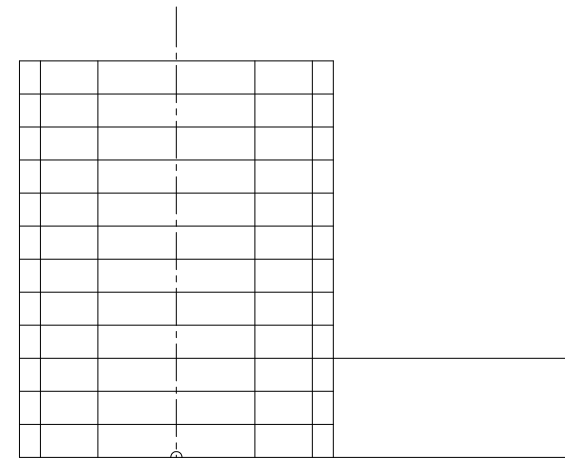
Кривые линии



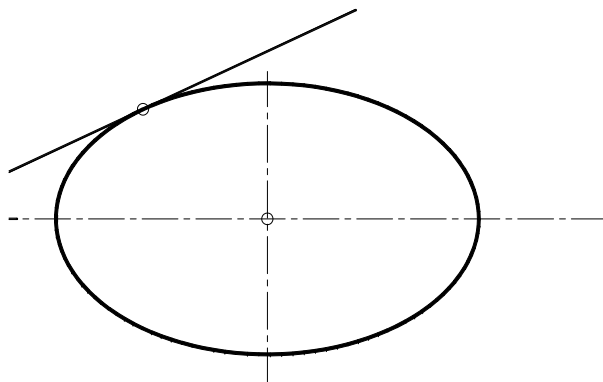
4.1*. Построить эвольвенту одной четверти окружности.



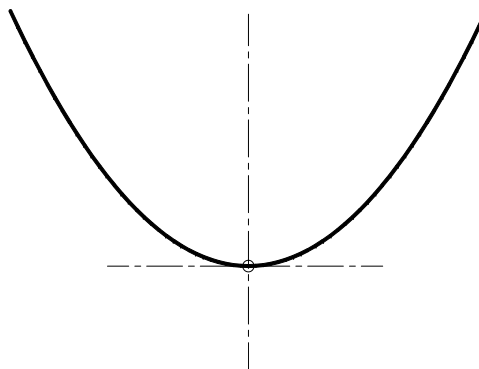
4.2*. Построить касательную, фокусы и директрисы гиперболы.



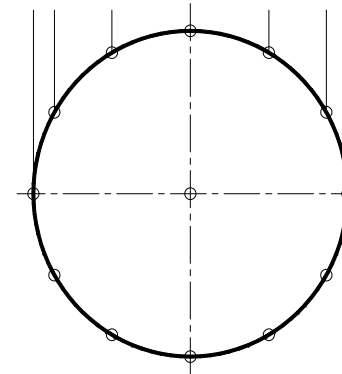
4.5*. Построить один виток правой цилиндрической винтовой линии, определить угол ее подъема.



4.3*. Построить фокусы и директрисы эллипса.

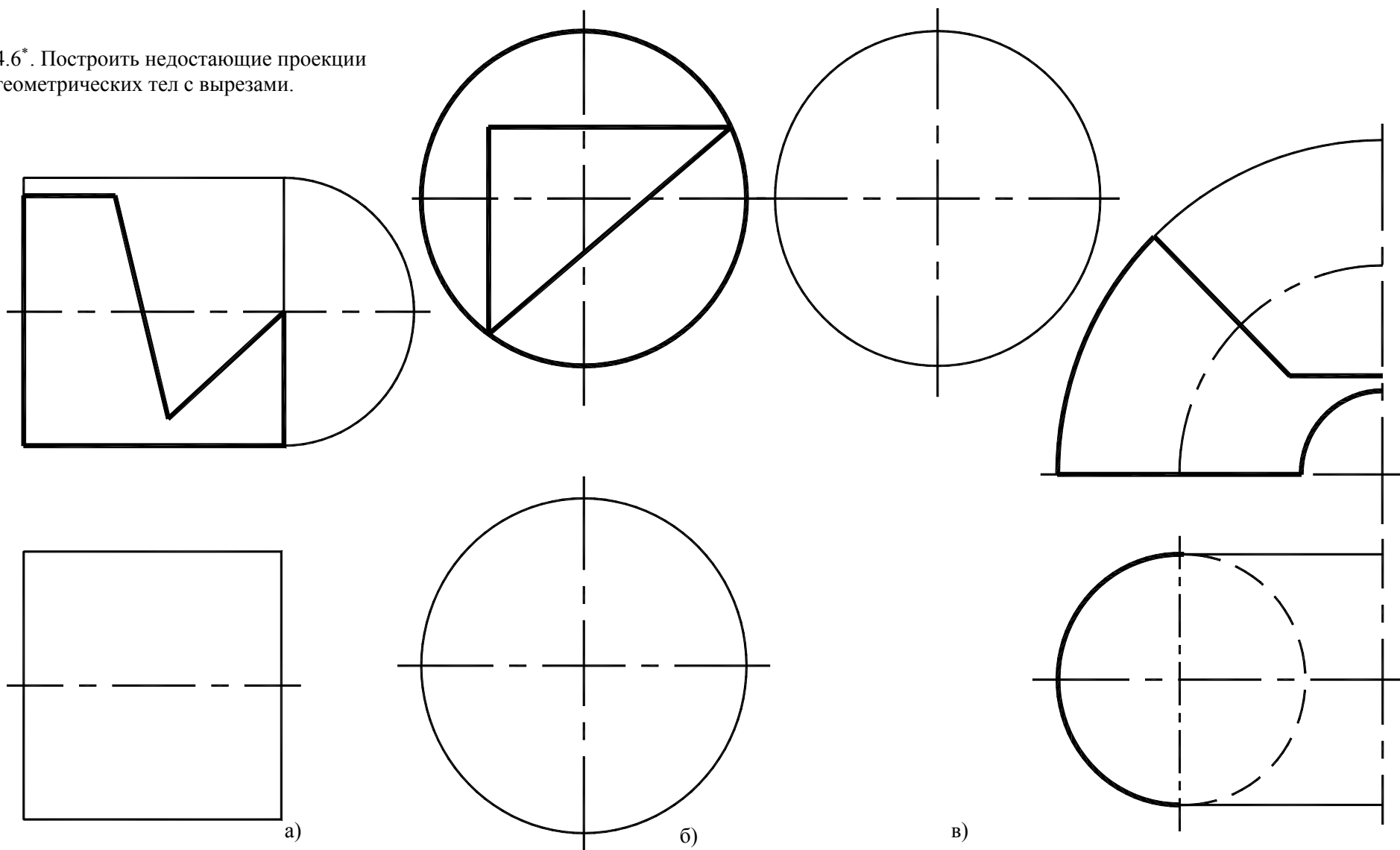


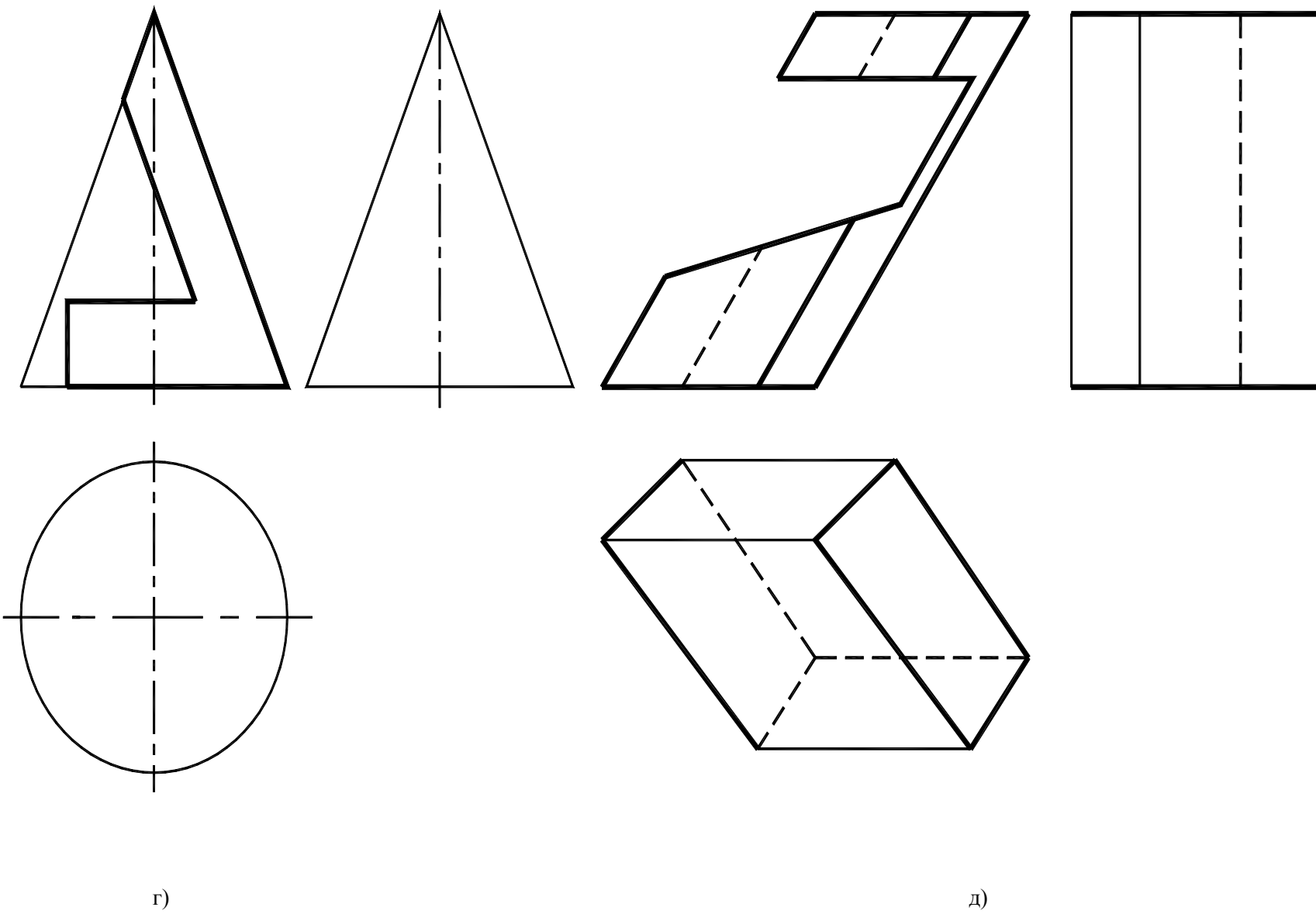
4.4*. Построить касательную, фокус и директрису параболы.



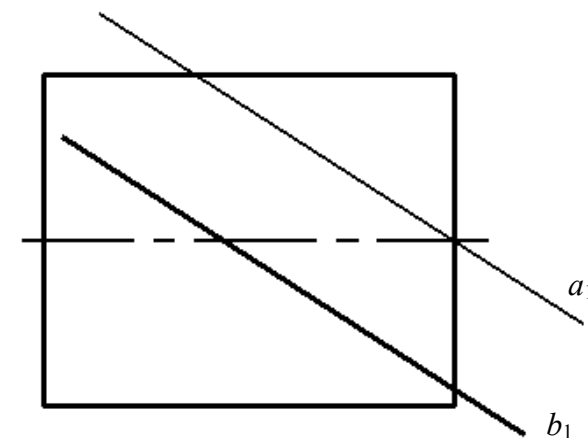
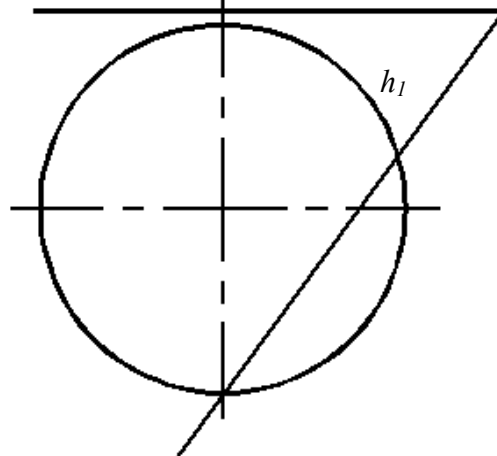
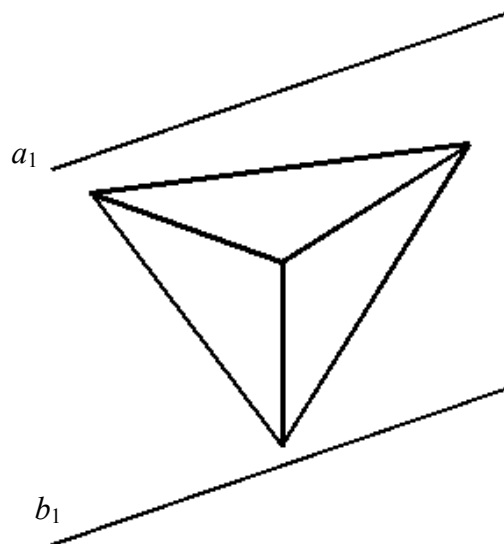
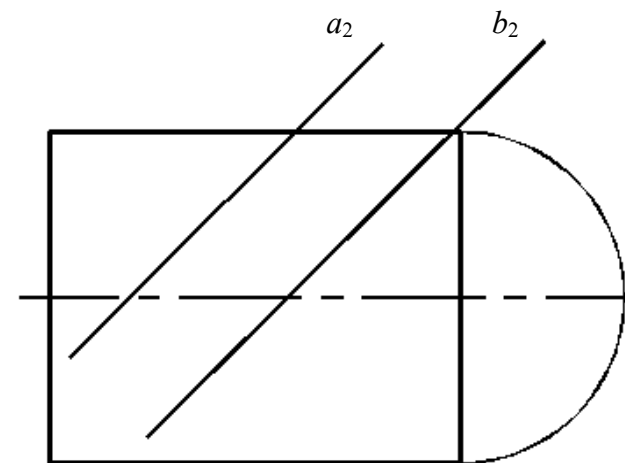
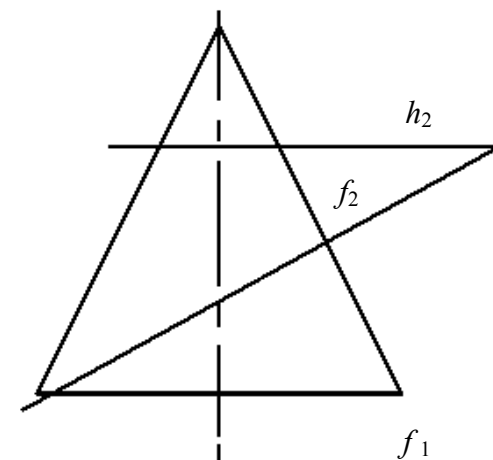
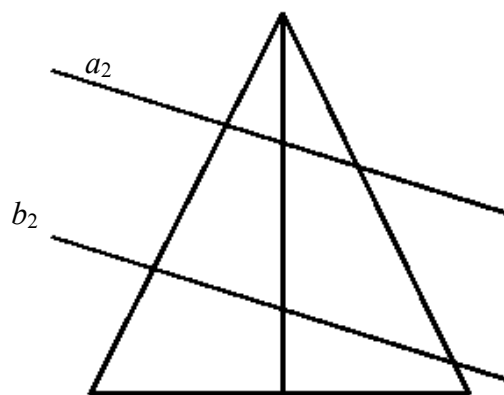
Пересечение тел проецирующими плоскостями

4.6*. Построить недостающие проекции геометрических тел с вырезами.





Пересечение тел плоскостями общего положения



а)

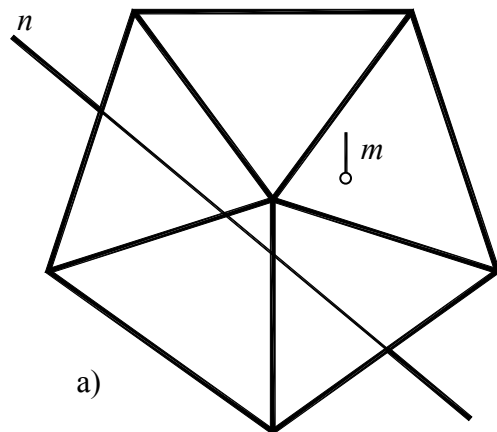
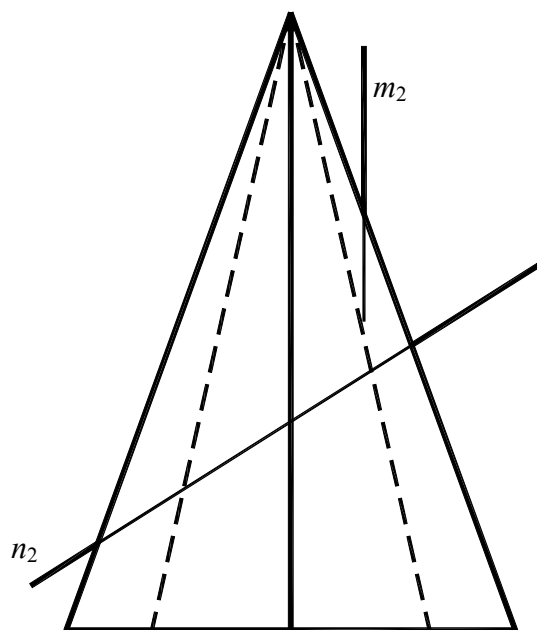
б)

в)

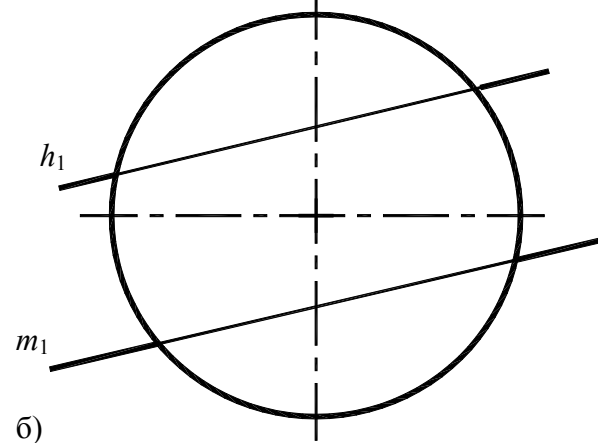
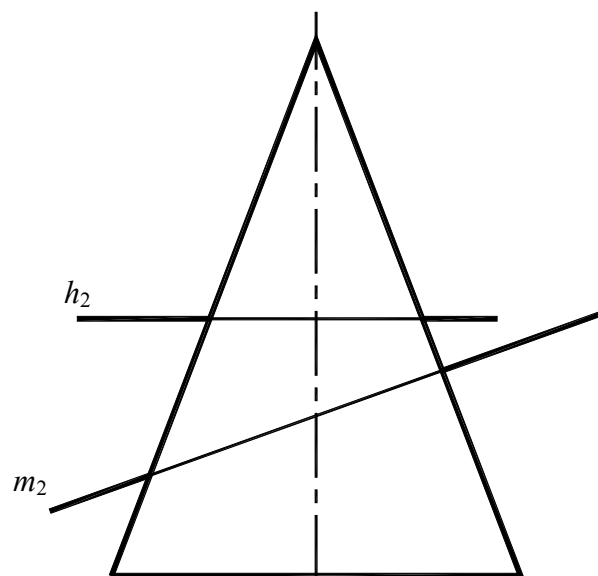
4.7*. Построить линии пересечения тел заданными плоскостями. Определить видимость линии пересечения.

Построение точек пересечения прямых с телами

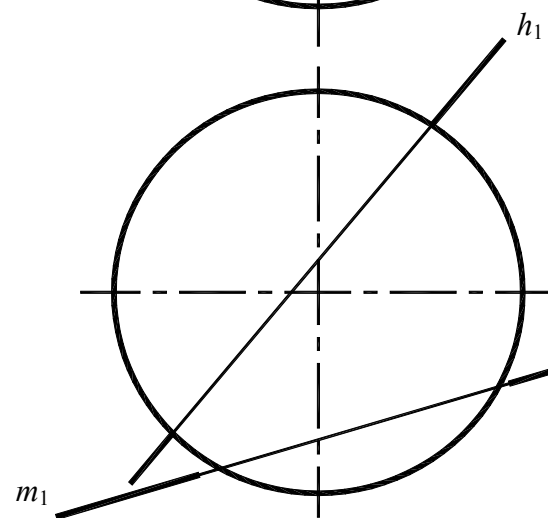
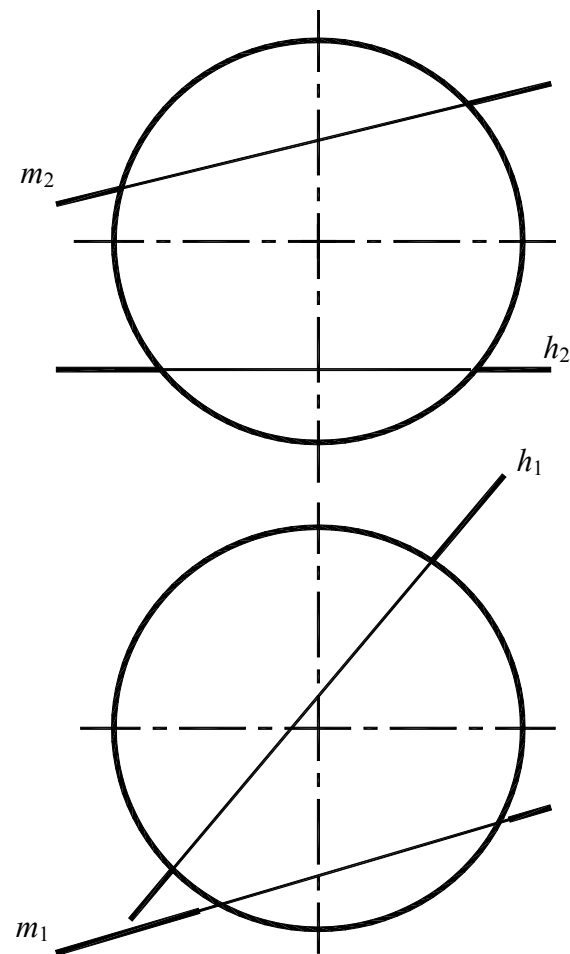
25



a)

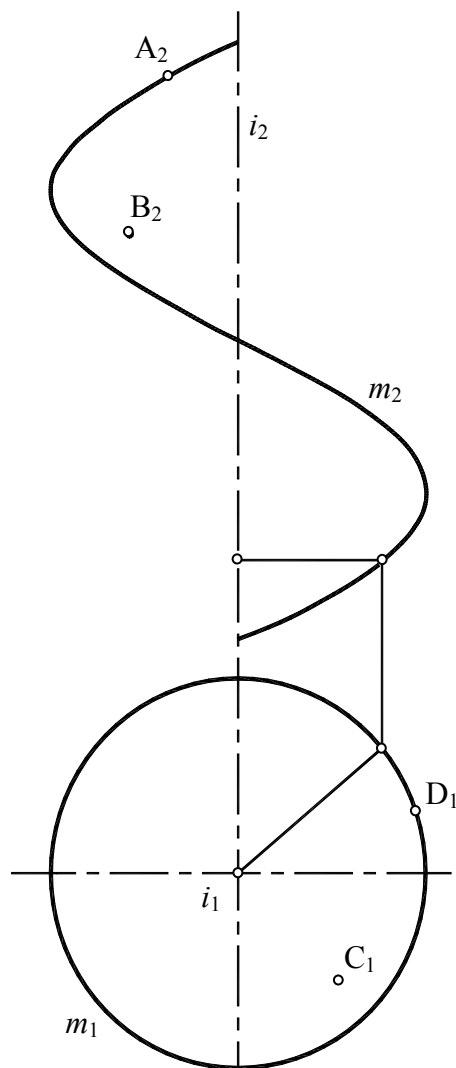


б)

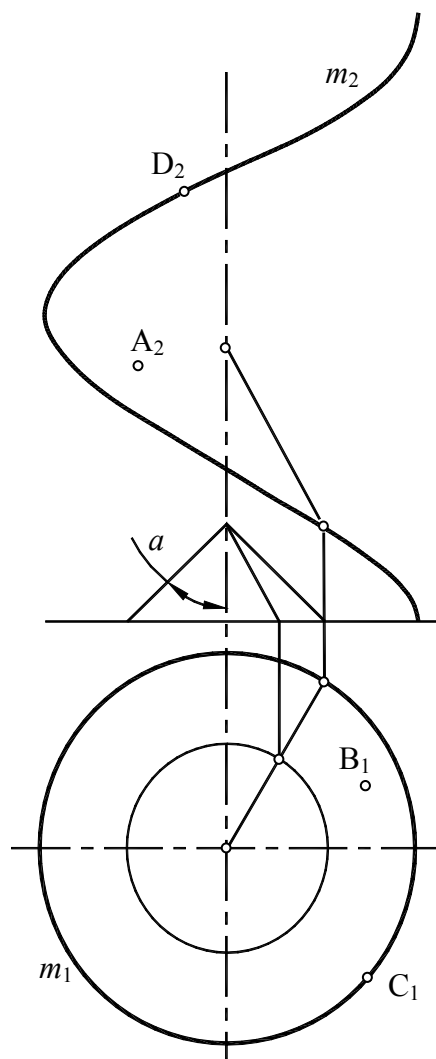


в)

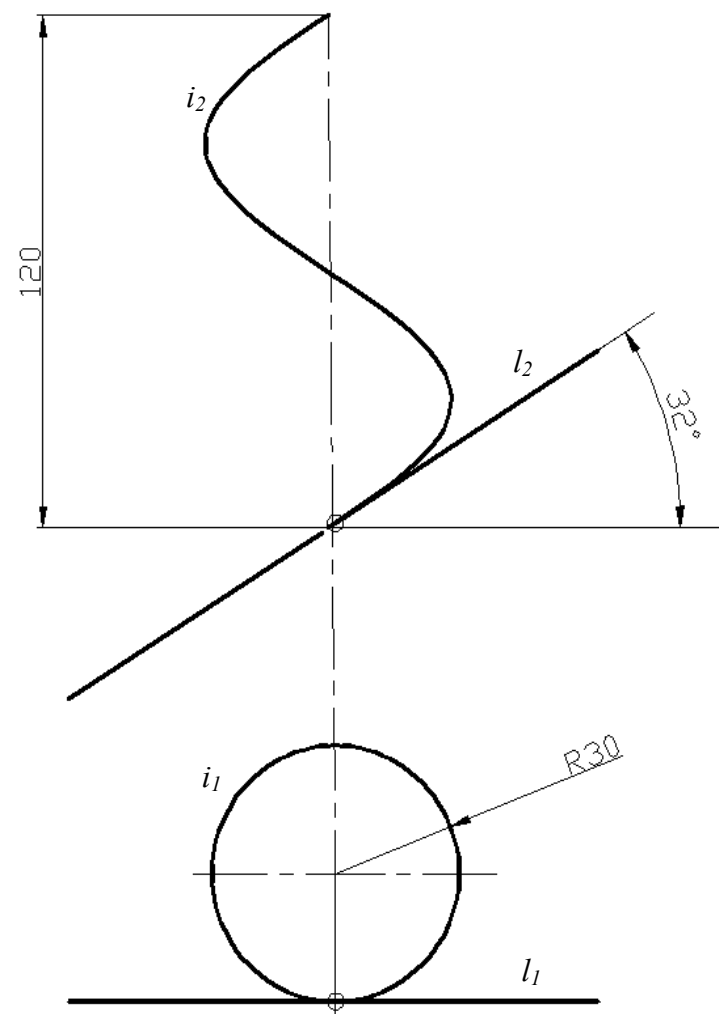
4.8*. Построить точки пересечения прямых с заданными телами.



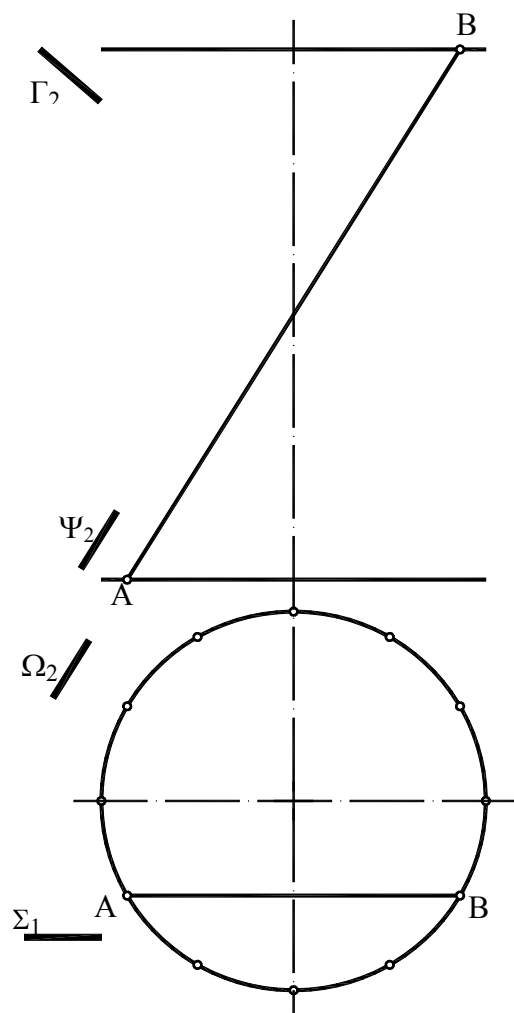
4.9*. Построить недостающие проекции точек на поверхности прямого геликоида $\Phi(i, m)$.



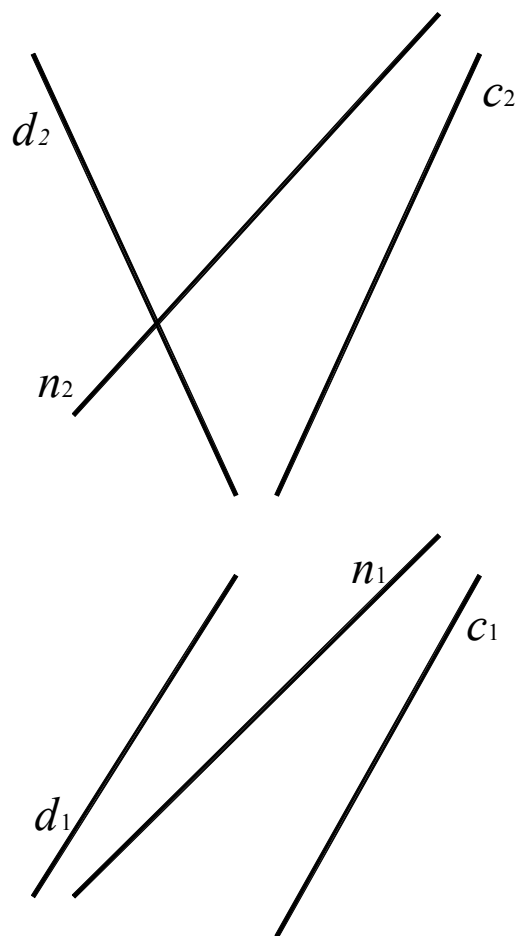
4.10*. Построить недостающие проекции точек на поверхности наклонного геликоида $\Phi(i, m, \alpha)$. Выполнить его нормальное сечение.



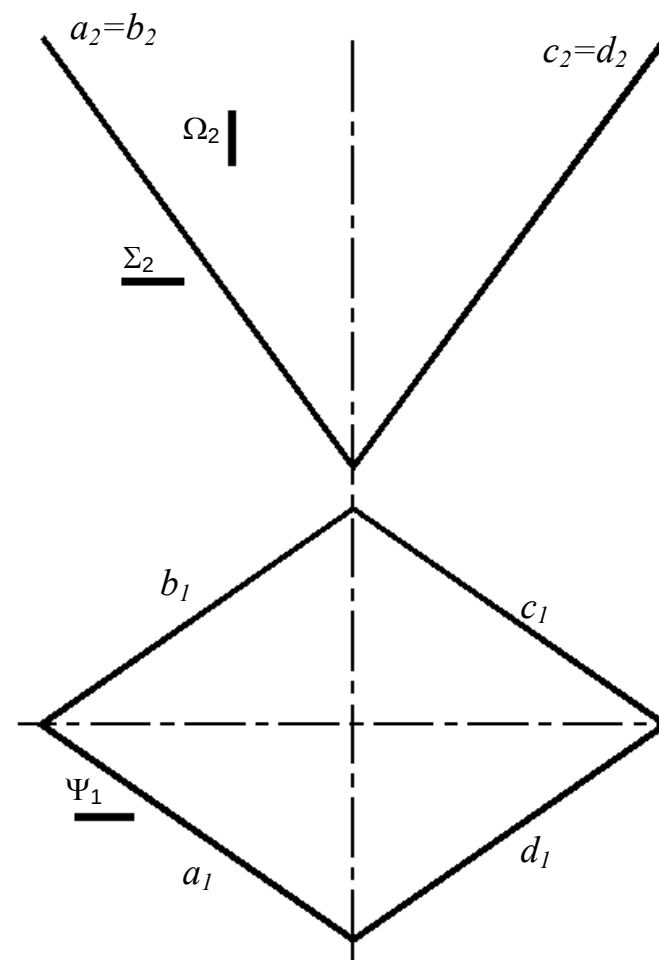
4.11**. Построить эвольвентный геликоид $\Phi(i, l)$ и его нормальное сечение.



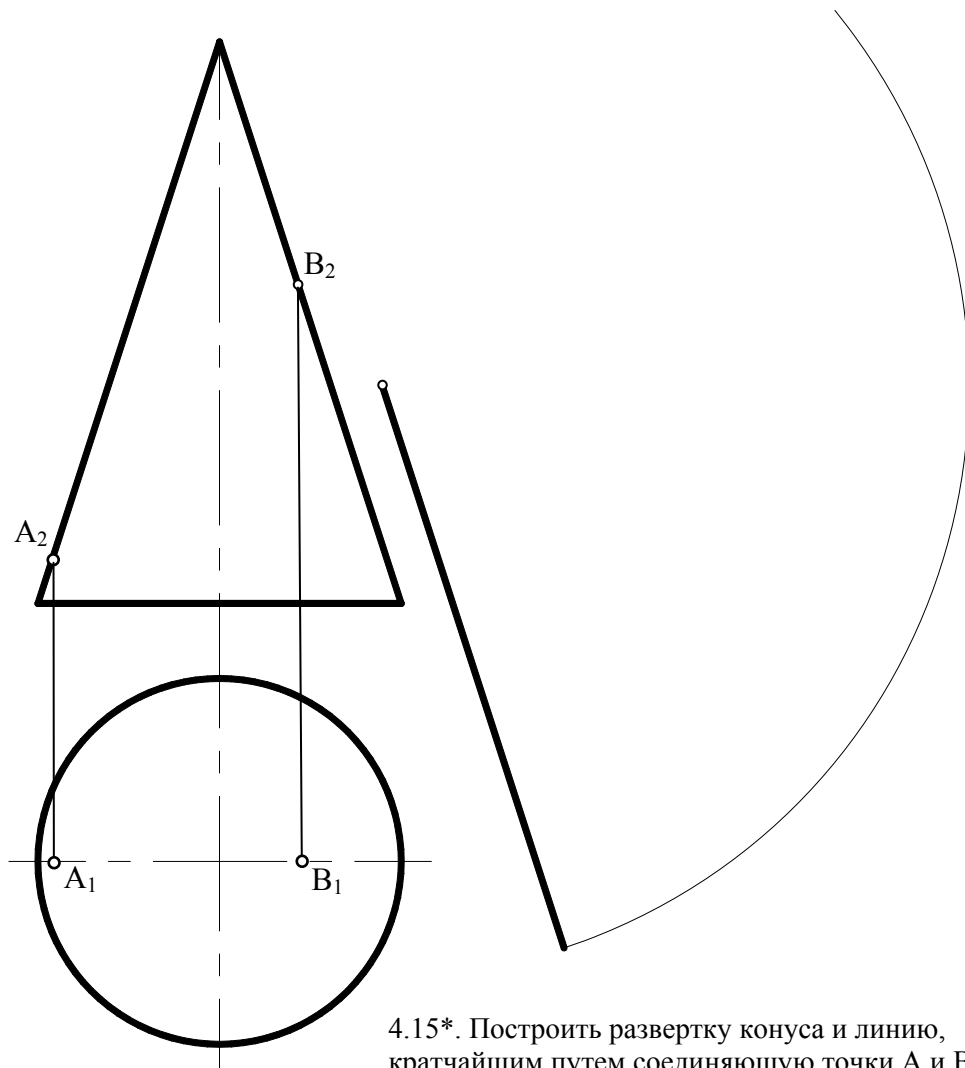
4.12*. Построить сечения однополостного гиперболоида вращения проецирующими плоскостями.



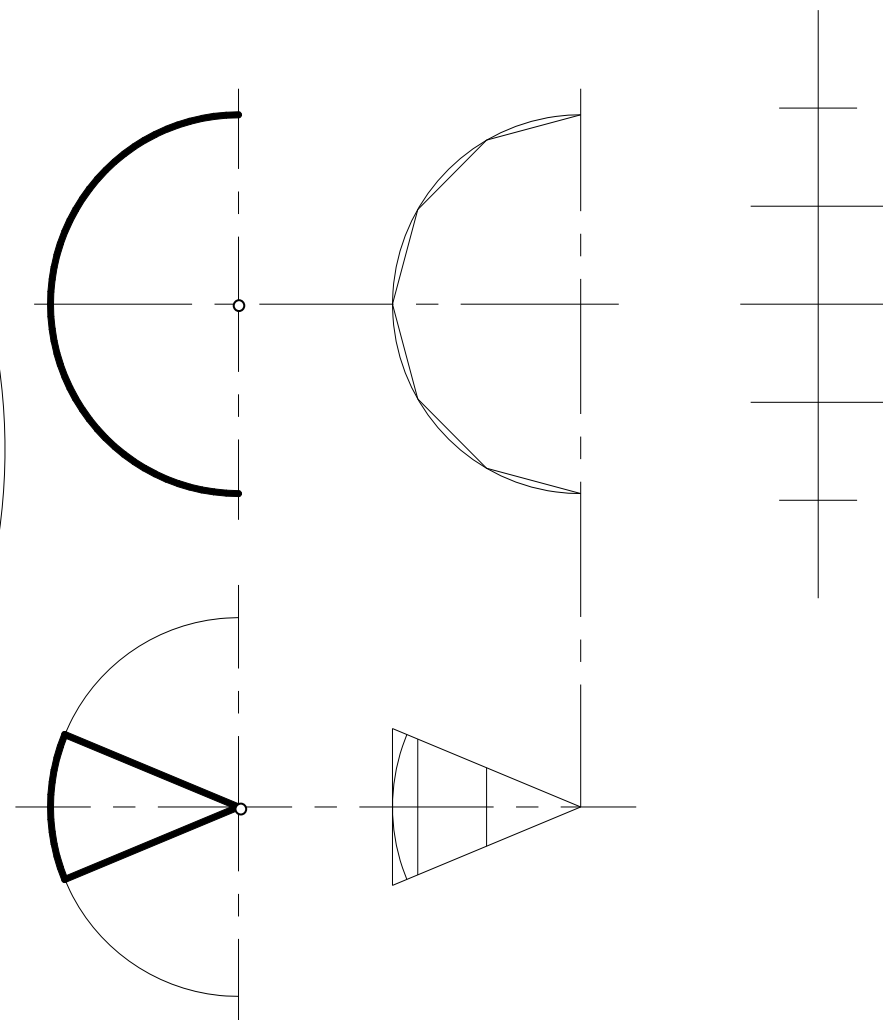
4.13*. Построить две точки пересечения прямой n с косою плоскостью $\Phi(c, d, \Pi_2$ – плоскость параллелизма).



4.14**. Построить линии пересечения гиперболического параболоида (косою плоскости) плоскостями уровня.



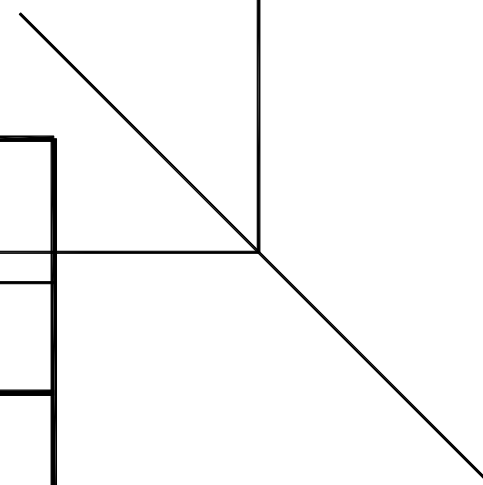
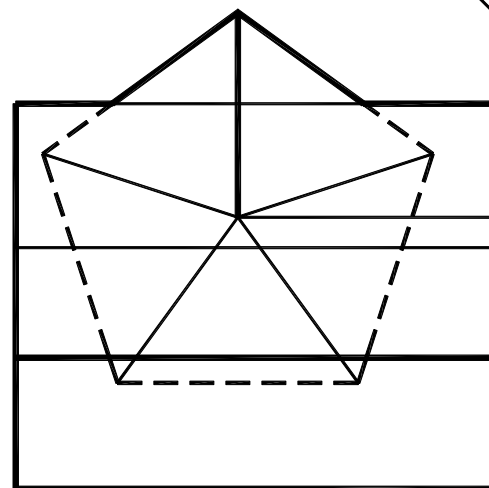
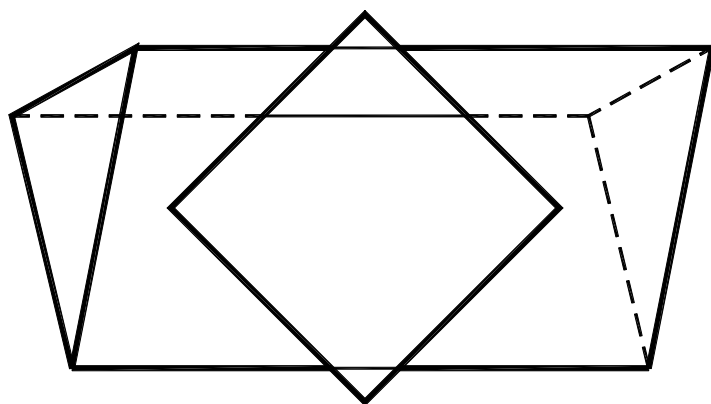
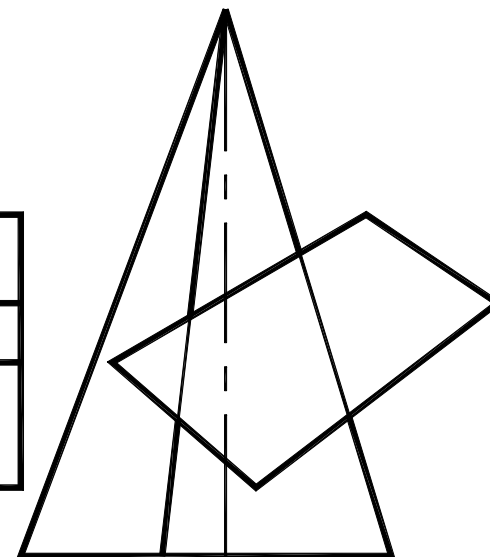
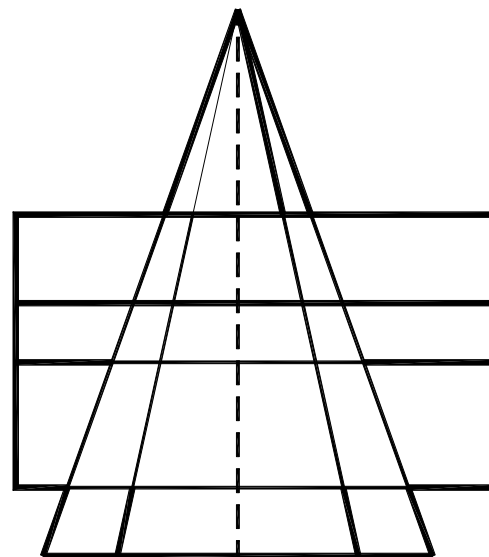
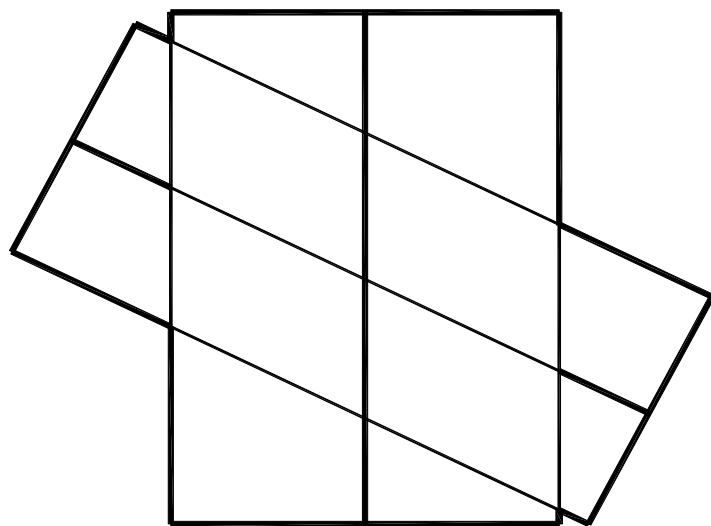
4.15*. Построить развертку конуса и линию, кратчайшим путем соединяющую точки A и B на поверхности конуса.



4.16*. Построить развертку 1/8 части сферы.

5. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Взаимное пересечение многогранников

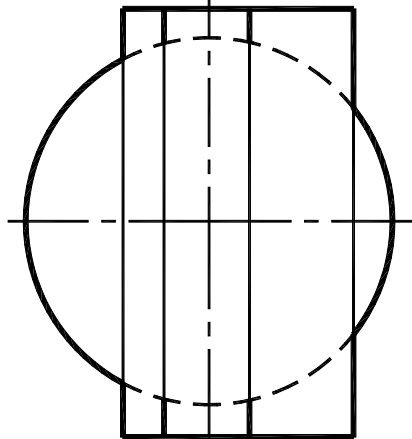
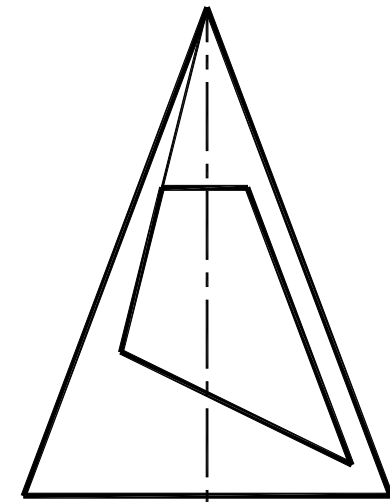


а)

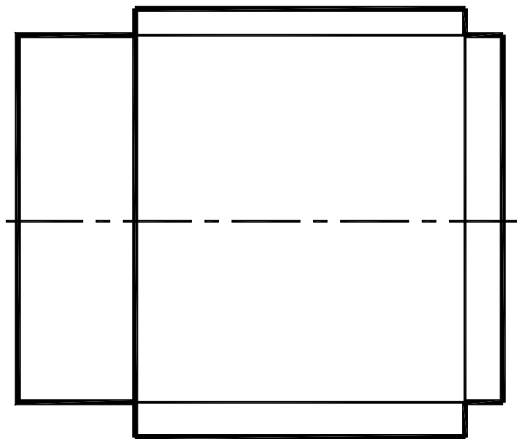
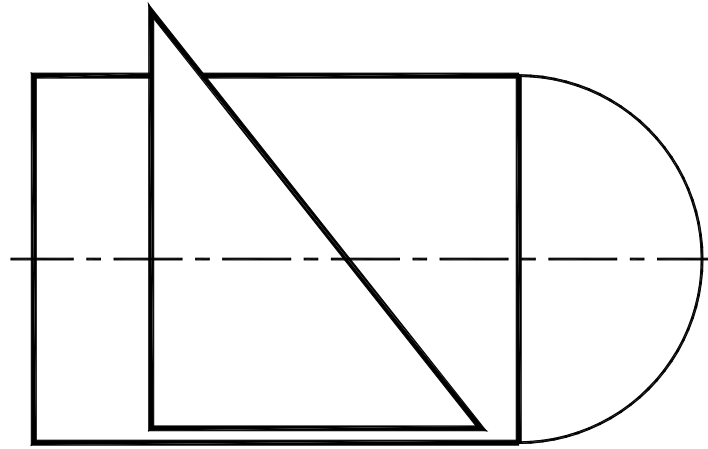
б)

5.1*. Построить линии пересечения многогранников: а) двух призм, б) пирамиды и призмы.

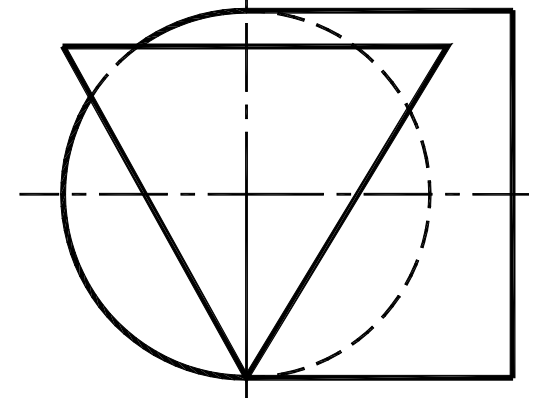
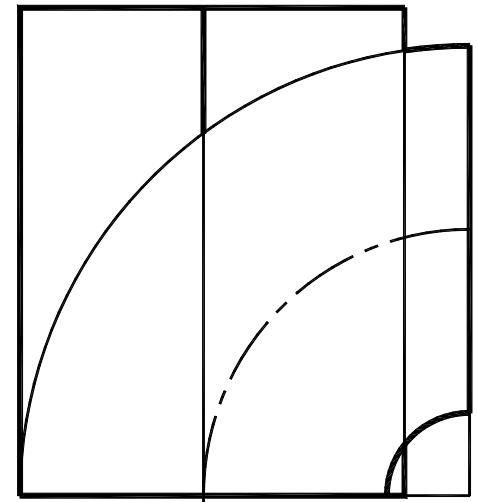
Пересечение гранной и кривой поверхностей



а)



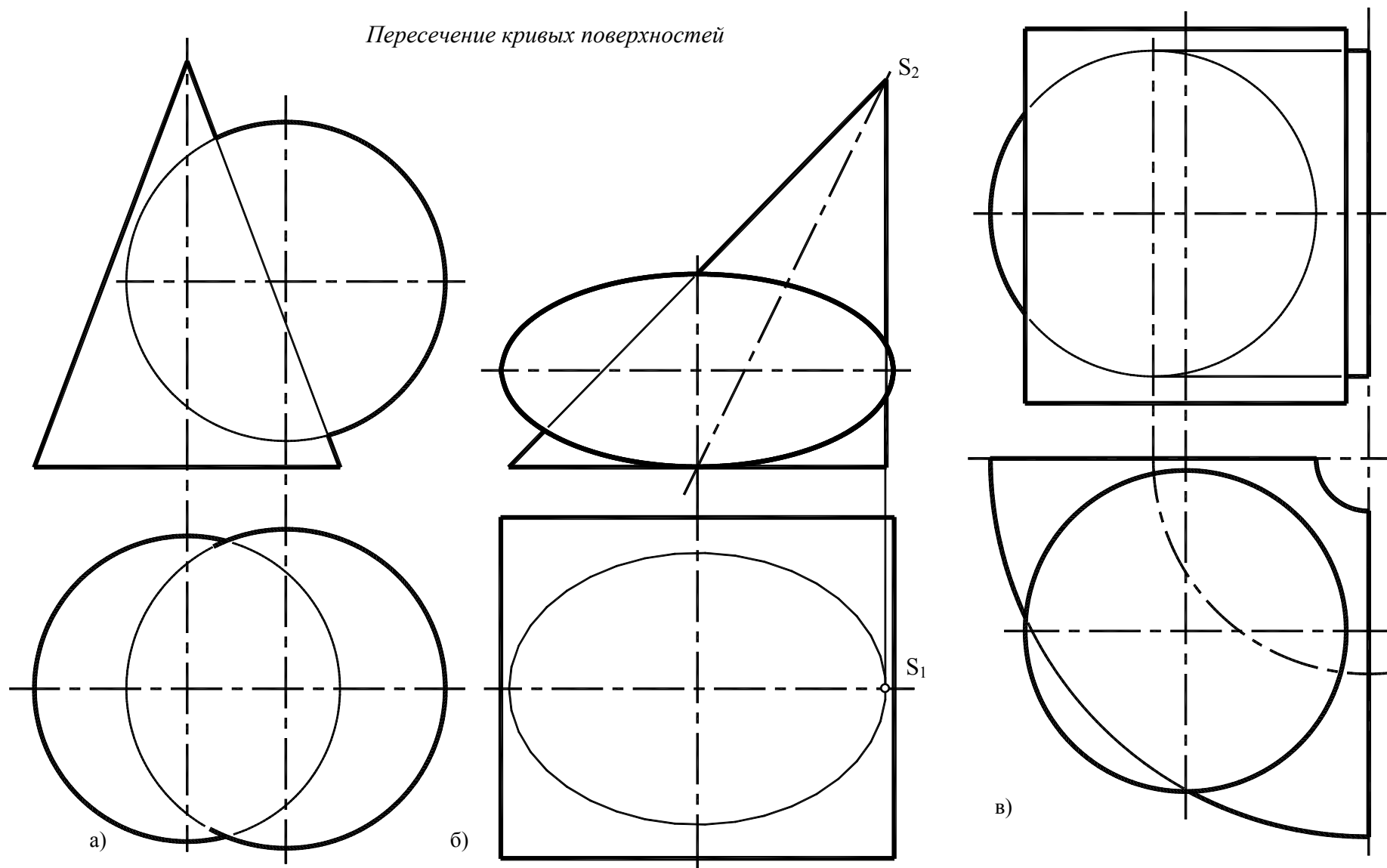
б)



в)

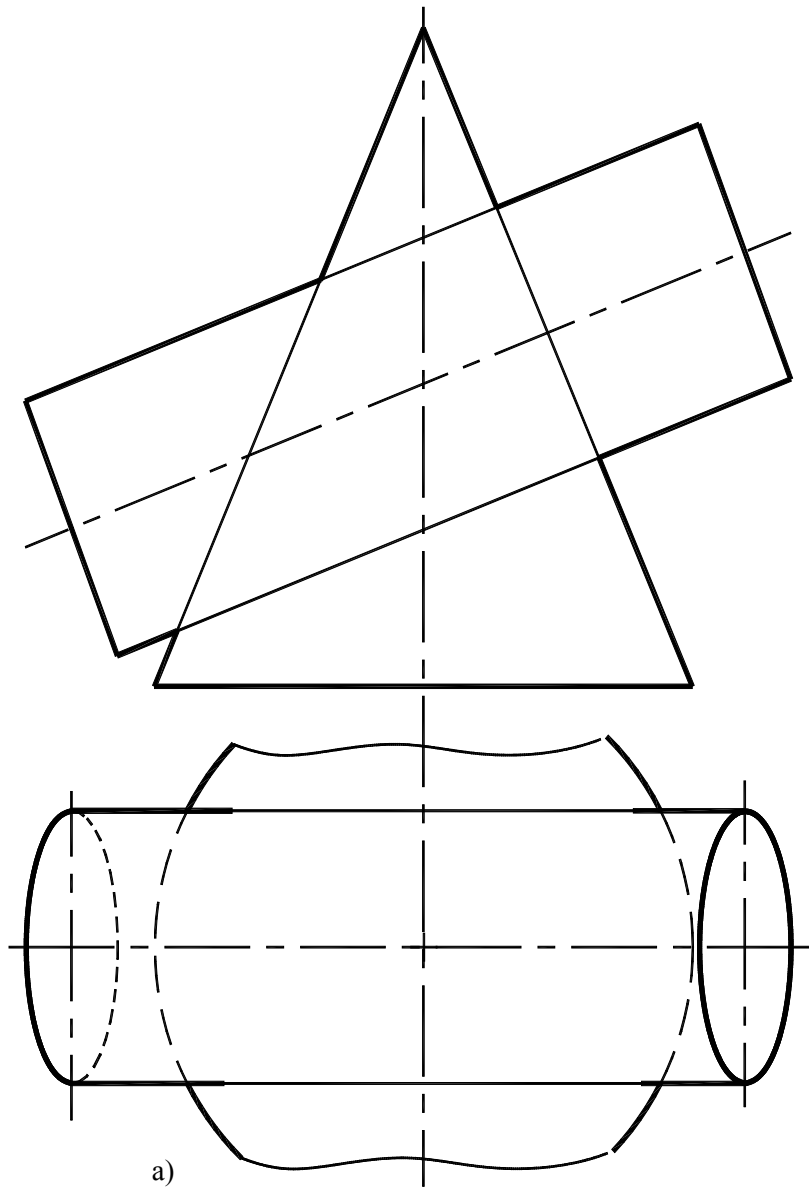
5.2*. Построить линии пересечения призмы с поверхностью: а) конуса, б) цилиндра, в) тора.

Пересечение кривых поверхностей

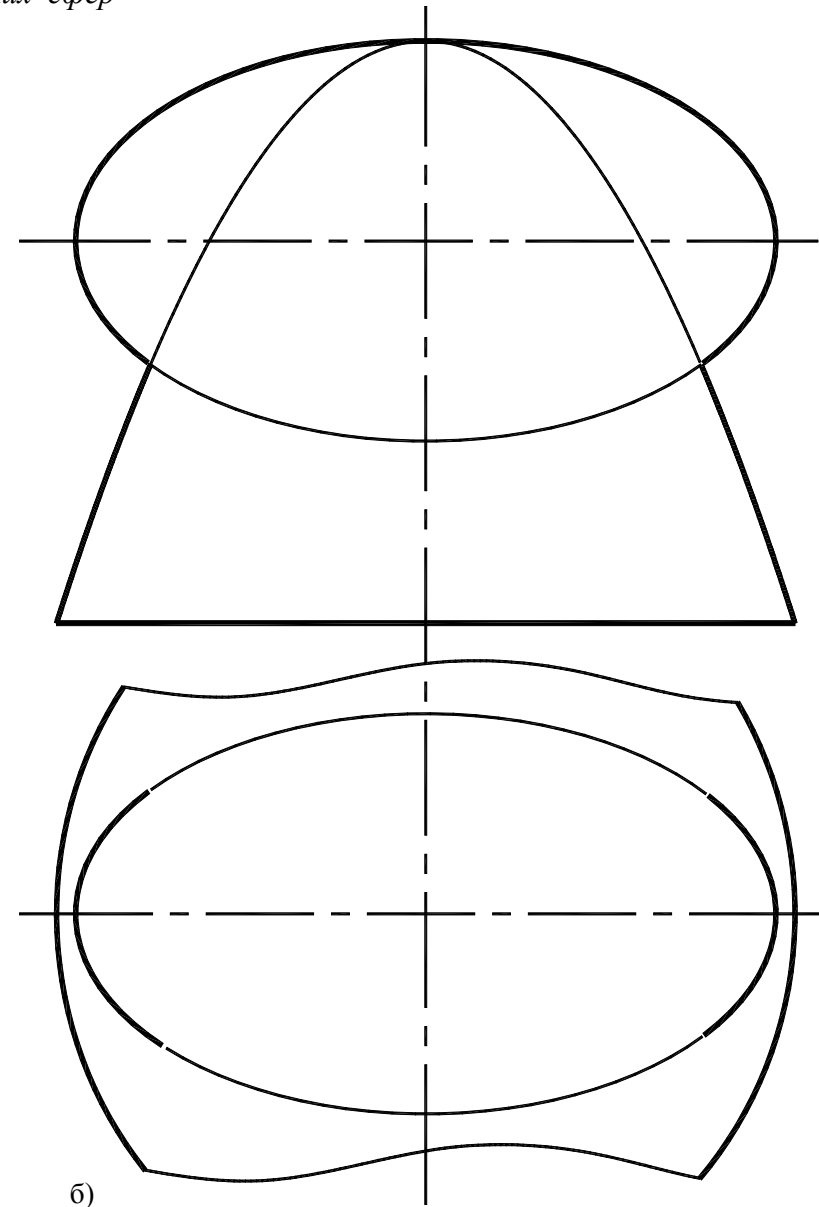


5.3*. Построить линии пересечения: а) конуса и сферы, б) эллиптических цилиндра и конуса, в) цилиндра и тора.

Способ концентрических сфер



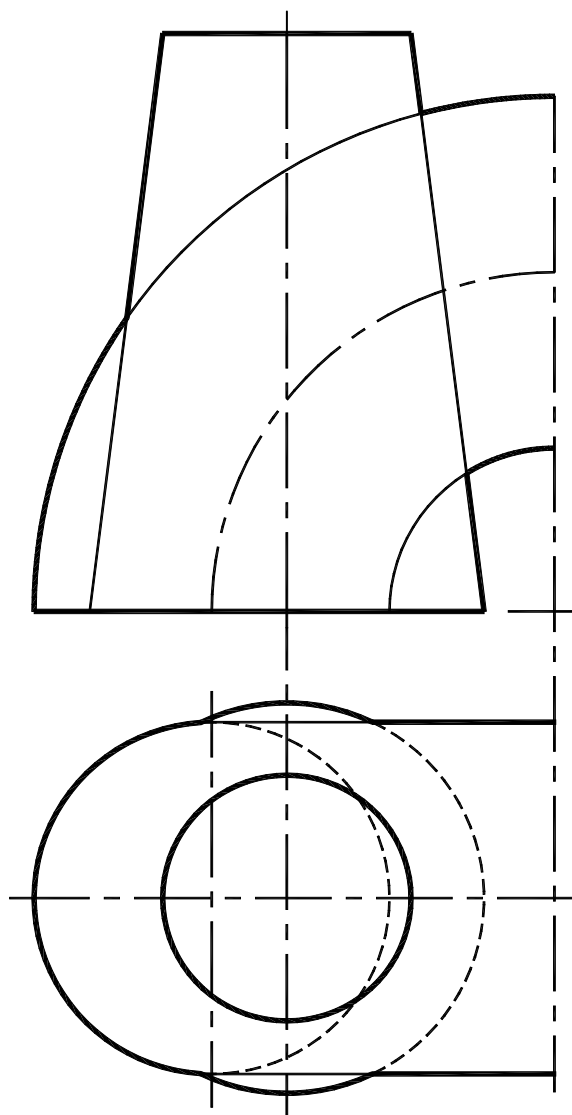
а)



б)

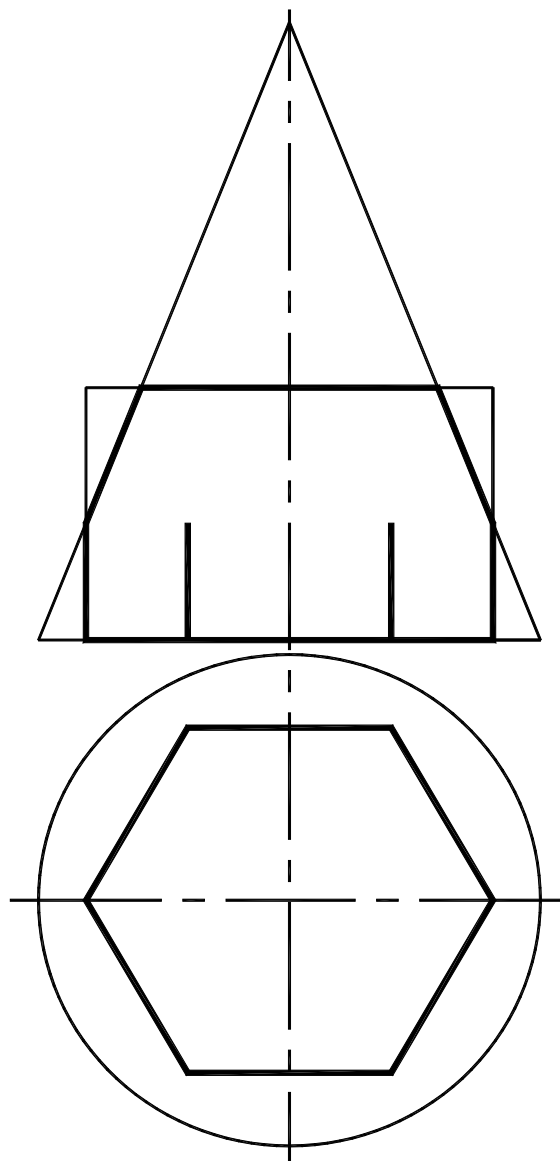
5.4*. Построить линии пересечения тел вращения: а) цилиндра и конуса; б) эллипсоида и параболоида.

Способ эксцентрических сфер

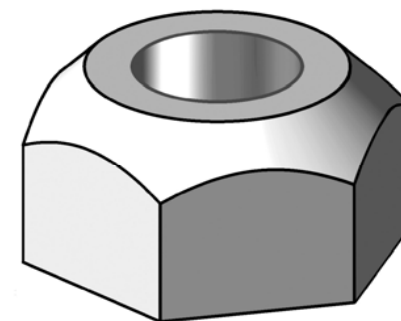


5.5*. Построить линии пересечения конуса и тора.

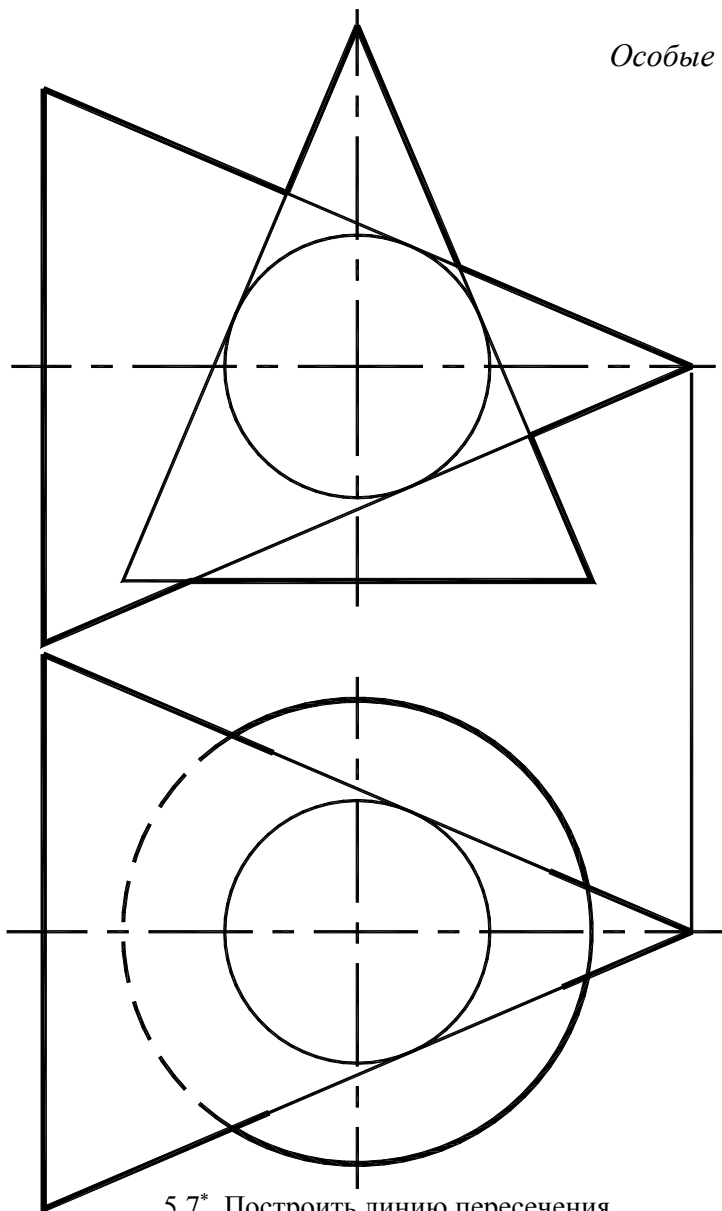
Гайка



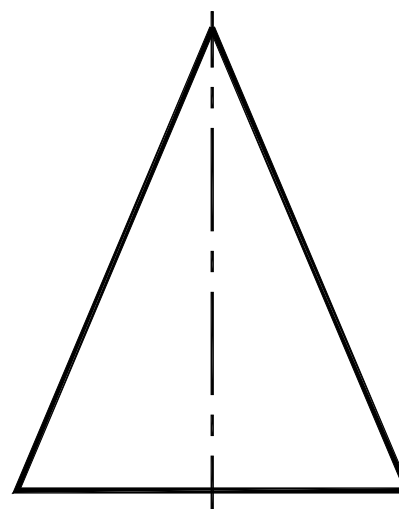
5.6*. Построить линии пересечения конуса и призмы.



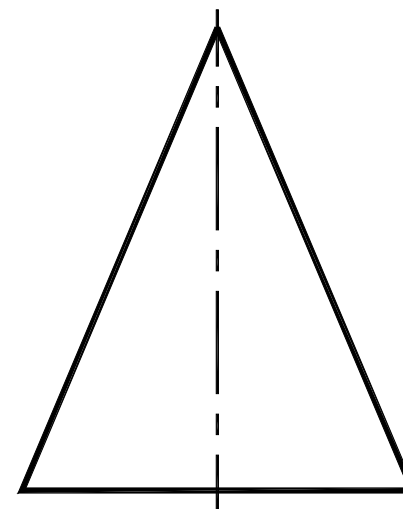
Особые случаи пересечения поверхностей второго порядка



5.7*. Построить линию пересечения заданных конусов, описанных около общей сферы.

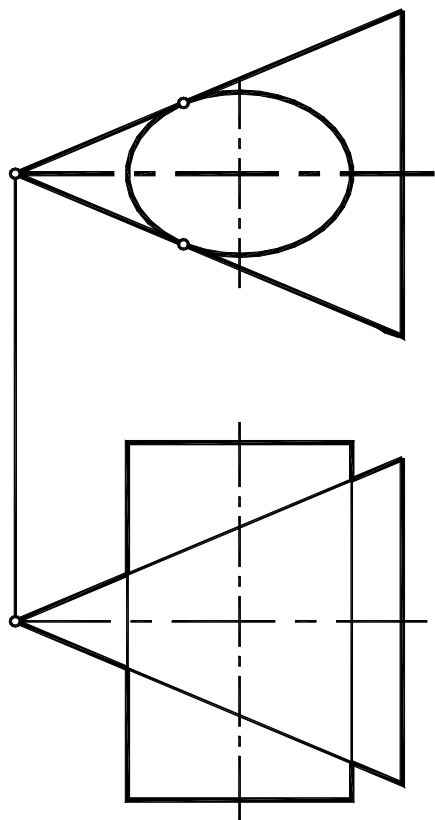


а)

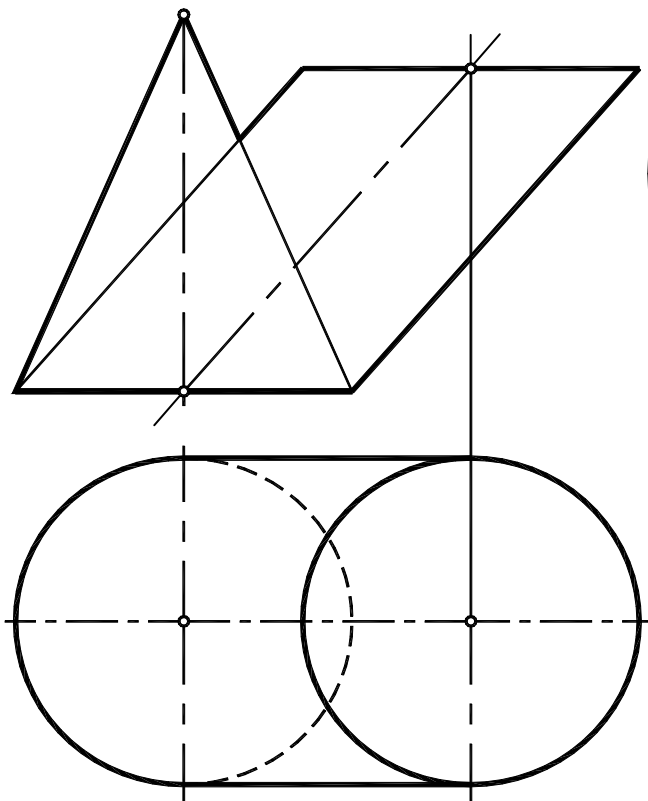


б)

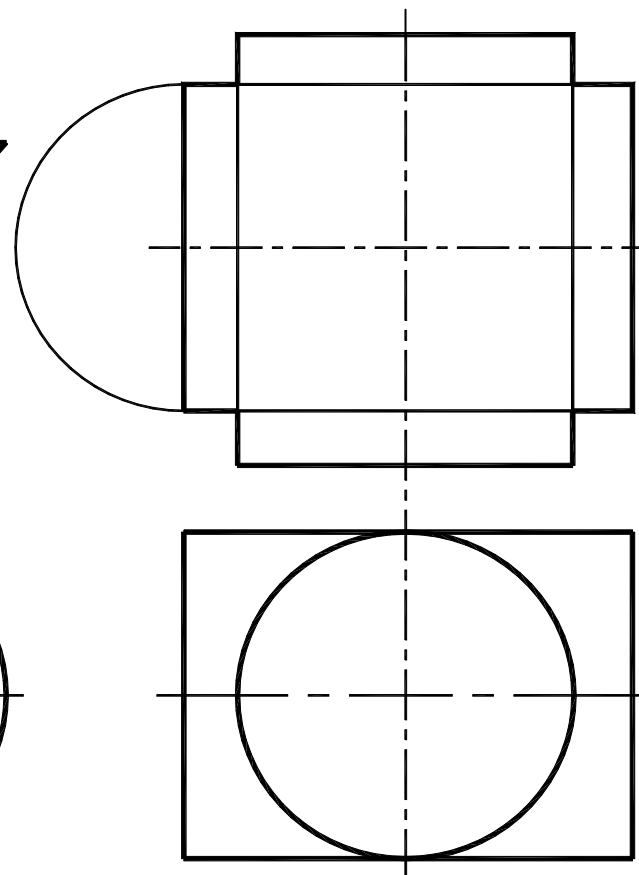
5.8*. Задать конус, пересекающий заданный, по а) эллипсу и параболе, б) эллипсу и гиперболе. Построить линии пересечения.



а)



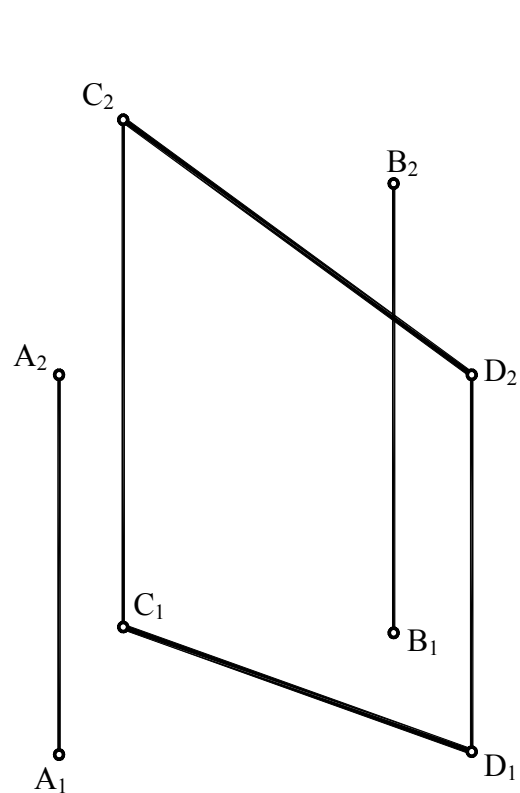
б)



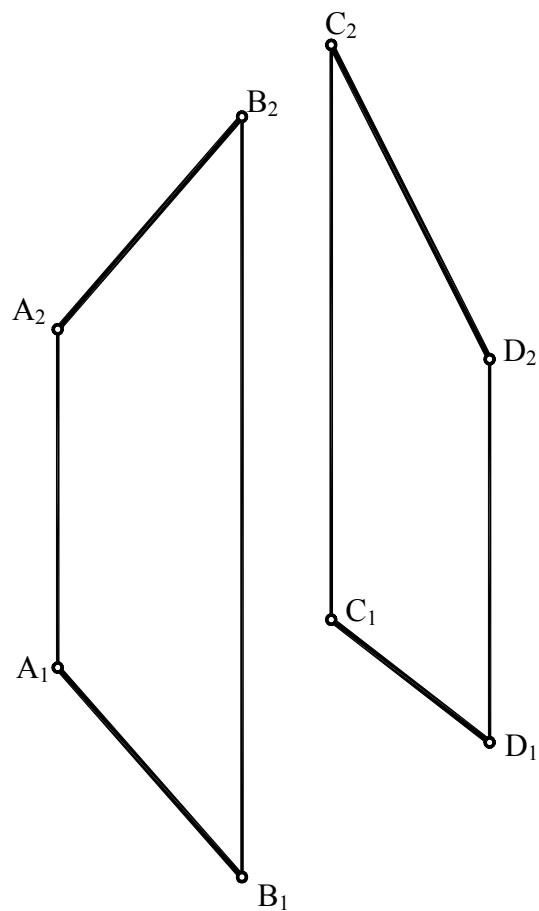
в)

5.9*. Построить линии пересечения следующих поверхностей: а), б) кругового конуса и эллиптического цилиндра, в) двух круговых цилиндров.

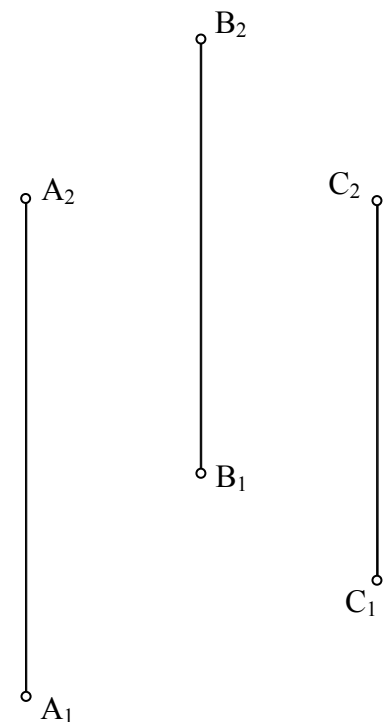
6. КОМПЛЕКСНЫЕ ЗАДАЧИ ПОВЫШЕННОЙ СЛОЖНОСТИ



6.1**. Через точку А провести прямую, пересекающую прямую CD и отстоящую от точки В на расстояние 20мм. Дать все возможные решения.



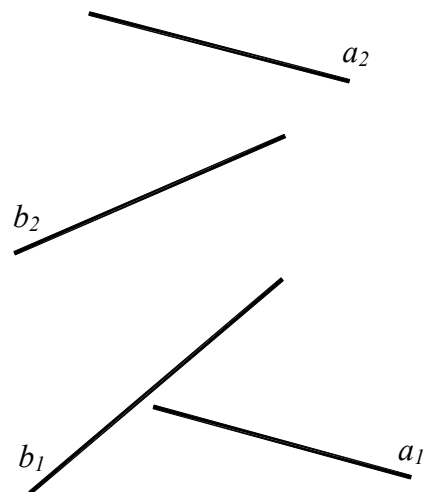
6.2**. Через точку А провести прямую, пересекающую прямую АВ под углом 30° и отстоящую от прямой CD на расстояние 20мм. Дать все возможные решения.



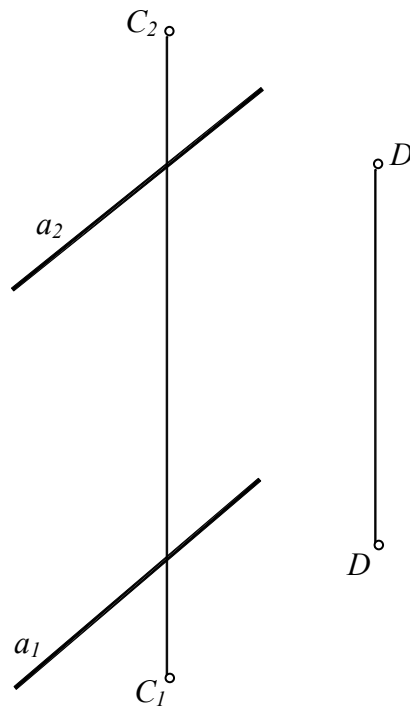
6.2**. Построить плоскость, удаленную от точек А,В,С на расстояние 20, 5, 10 мм соответственно.

Задачи включены в автоматизированный коллоквиум. Алгоритм решения приведен в приложении.

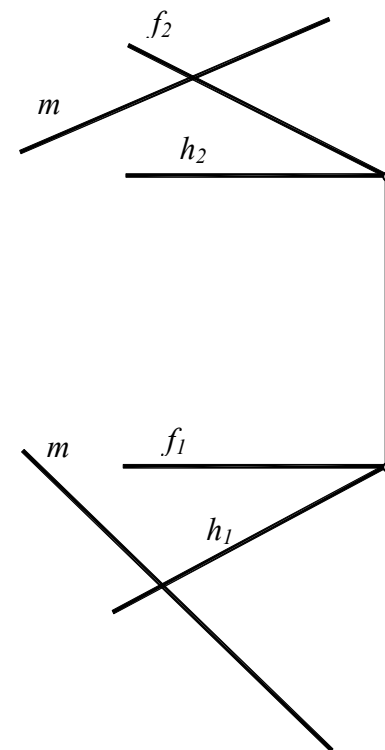
7. МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ



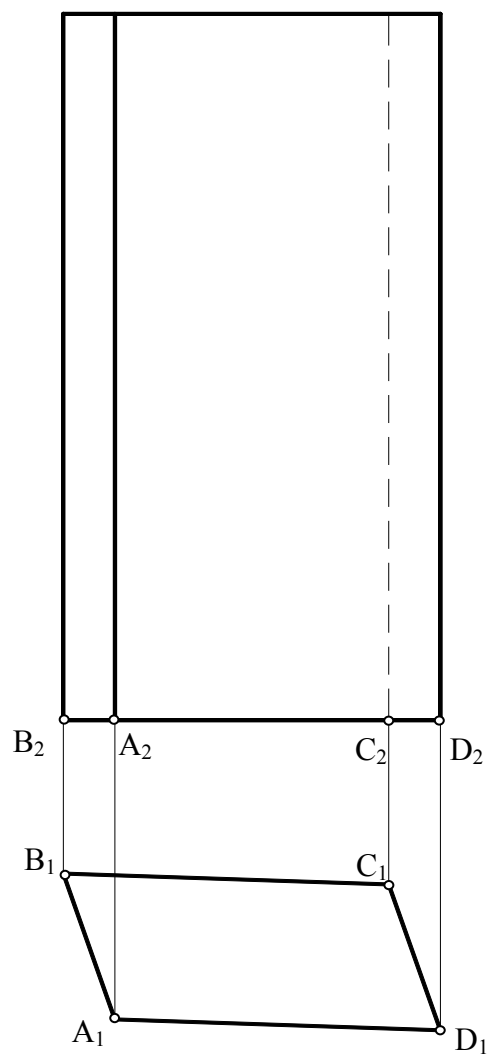
7.1*. Построить проекции и определить длину отрезка EF, как кратчайшее расстояние между скрещивающимися прямыми a и b . Определить угол между прямыми.



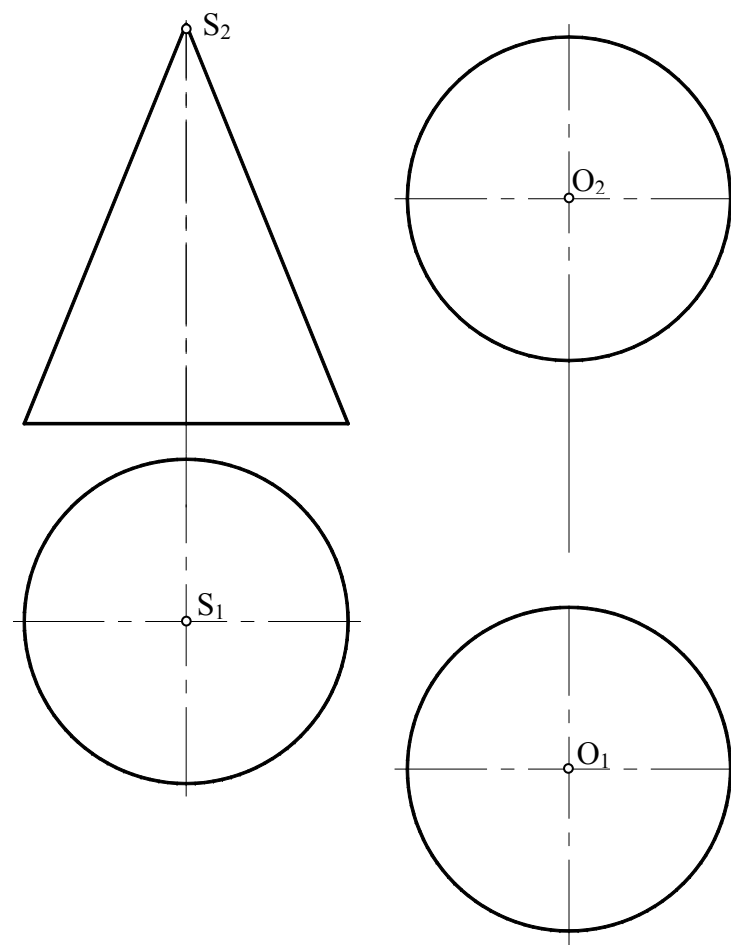
7.2*. Определить величину угла между плоскостями $\Gamma(a, C)$ и $\Sigma(a, D)$. Построить проекции его линейного угла.



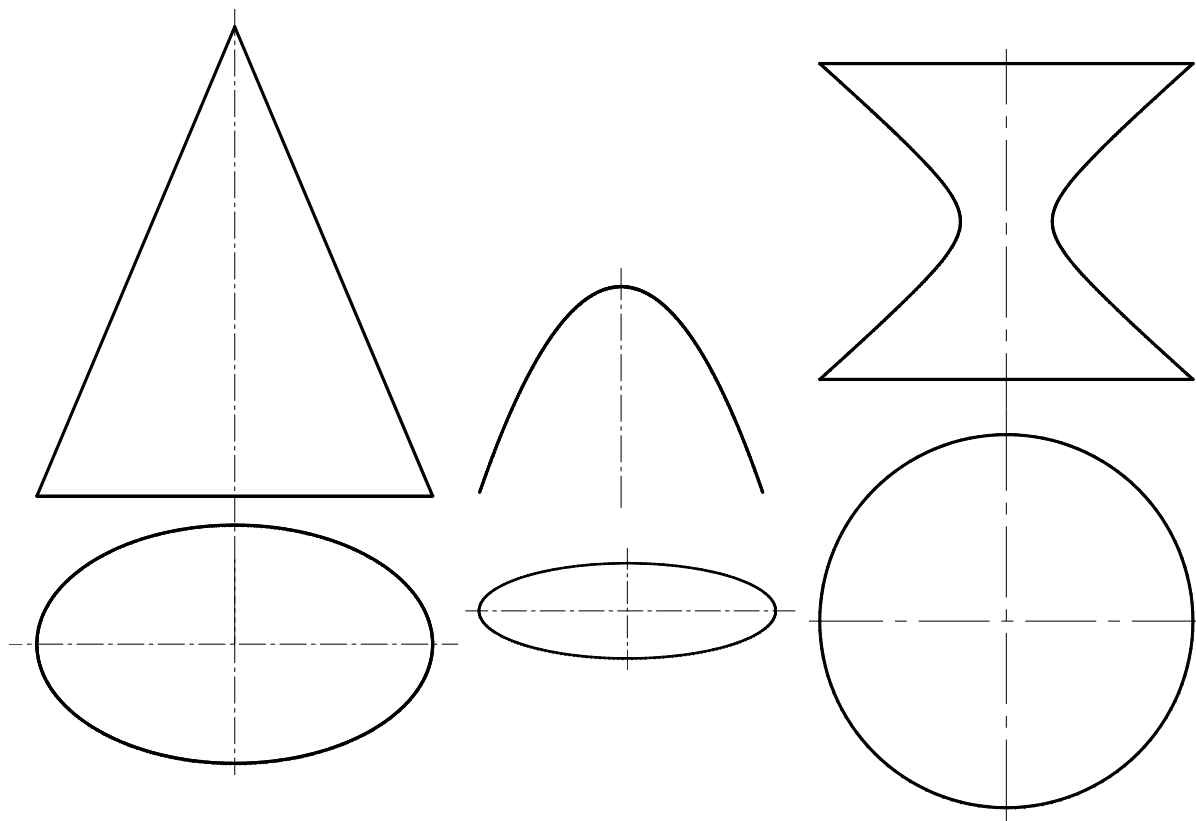
7.3*. Определить величину угла α между прямой m и плоскостью общего положения $\Gamma(h \cap f)$.



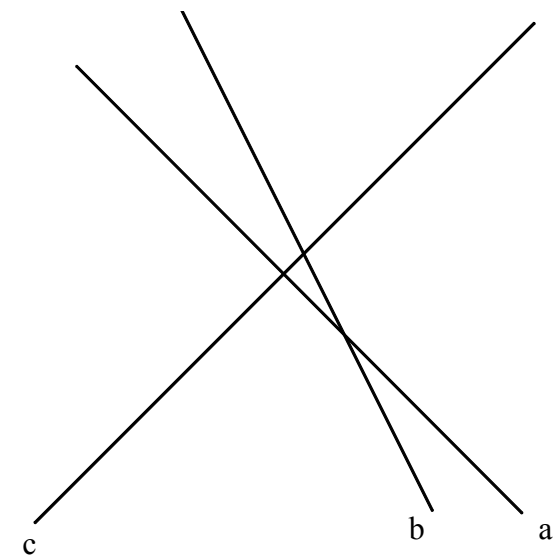
7.4**. Пересечь призму, имеющую в основании параллелограмм $ABCD$, так, чтобы в сечении был квадрат. Определить размеры квадрата.



7.5*. Определить кратчайшее расстояние между поверхностями конуса и сферы



7.6***. «Одеть» заданные эллипс, параболу на эллиптический конус и однополостный гиперболоид вращения.

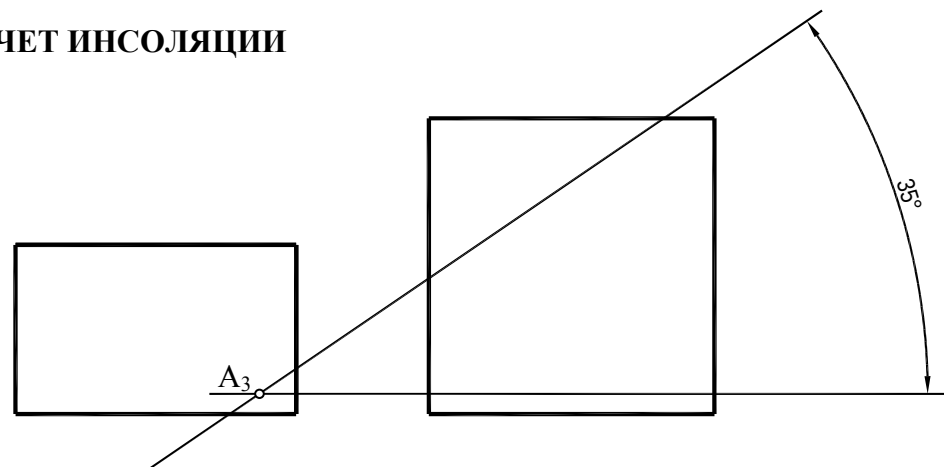
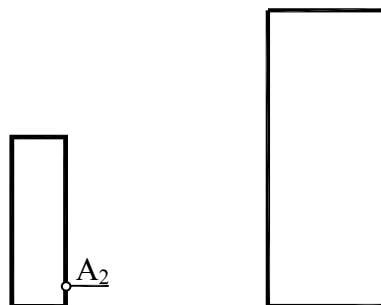


7.7***. По трем скрещивающимся прямым построить эллиптический гиперболоид и определить его метрику (центр, ось, горловое сечение).

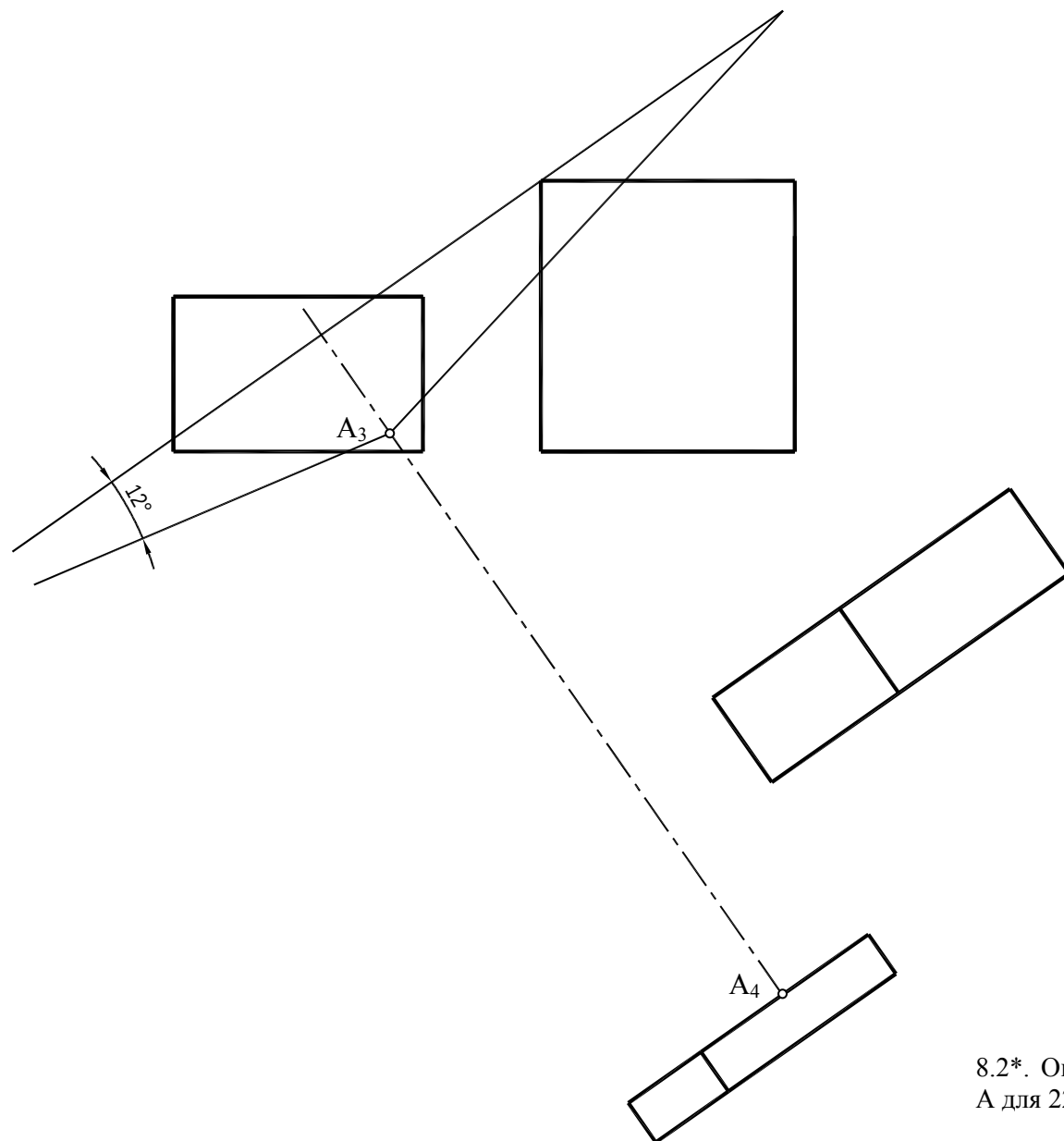
Прямые a , b , c задать по координатам точек:

a	190, -199, -73	-173, 165, 110
b	-93, 222, 50	117, -197, 50
c	200, 200, -1	--207, -207, 0

8. РАСЧЕТ ИНСОЛЯЦИИ



8.1*. Определить продолжительность инсоляции в т. А. Широта 55° , 22 марта (равноденствие).



8.2*. Определить продолжительность инсоляции в т. А для 22 апреля. Остальное – см. задачу 8.1.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. КОНТРОЛЬНО-ГРАФИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

Задания 1, 2, 3. Электронные коллоквиумы

Электронные коллоквиумы представляют собой автоматизированные контрольные комплексы оценки знаний студентов по курсу «Начертательная геометрия и компьютерное геометрическое моделирование». Коллоквиумы выполняются как во время аудиторных занятий, так и выдаются в виде самостоятельной работы. Программы коллоквиумов студенты могут скопировать и производить подготовку к их сдаче дома. Путем случайной выборки студентам предлагается решить 5 задач из коллоквиума. Условия задач на экране компьютера задаются с помощью генератора случайных чисел, что предотвращает их повторение. В зависимости от количества решенных задач и ответов на вопросы компьютер производит оценку знаний студентов.

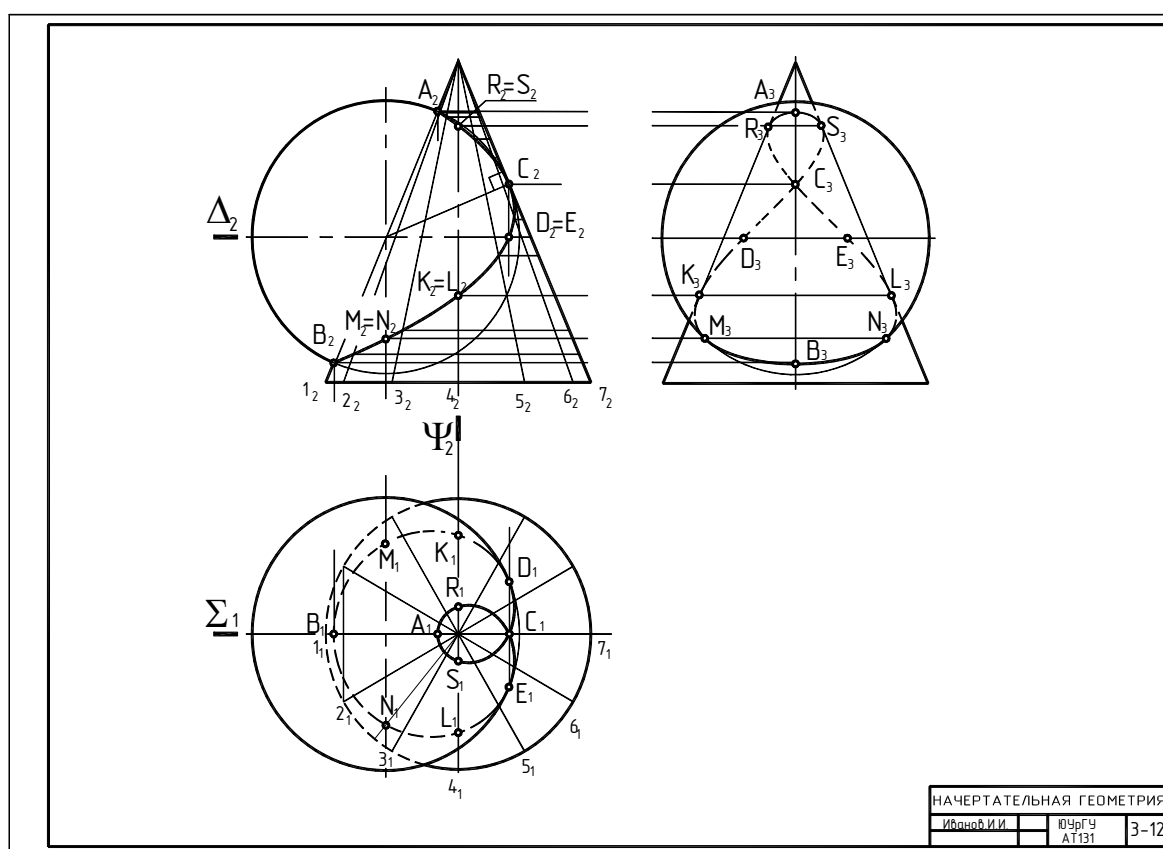


Рис. 1

Задание 4. Решение задач на пересечение поверхностей

Условия задач выдаются в электронном виде. Согласно своему варианту, студенты копируют семь задач, содержащих различные виды пересекающихся поверхностей. Каждая задача выполняется на отдельном листе ватмана формата А4. Необходимо выполнить три проекции заданных геометрических фигур, определить их линию пересечения, найти и обозначить опорные точки. Для проверки правильности решения рекомендуется параллельно решать задачи на компьютере.

Строить линию пересечения двух геометрических тел рекомендуется в следующей последовательности:

1. Устанавливается тип пересечения – врезка или проникание. При проникании вся поверхность одного из тел, а при врезке – только часть поверхности каждой из фигур участвуют в пересечении. Линия пересечения при проникании распадается на две части, при врезке – линия пересечения единая пространственная или плоская кривая.

2. Определяются опорные точки линии пересечения, к которым относятся точки экстремальные, очерковые, точки смены видимости и другие характерные точки.

3. Определяются промежуточные точки, позволяющие более точно построить линию пересечения.

4. Найденные точки обводятся тонкой лекальной кривой.

5. Устанавливается видимость линии пересечения и элементов пересекающихся тел.

6. В зависимости от видимости обводятся соответствующей линией проекции очерков фигур и линии пересечения.

Пример оформления выполненной задачи приведен на рис. 1.

Задание 5. Исследование линии пересечения квадрик

Варианты задания 5

Последовательность выполнения

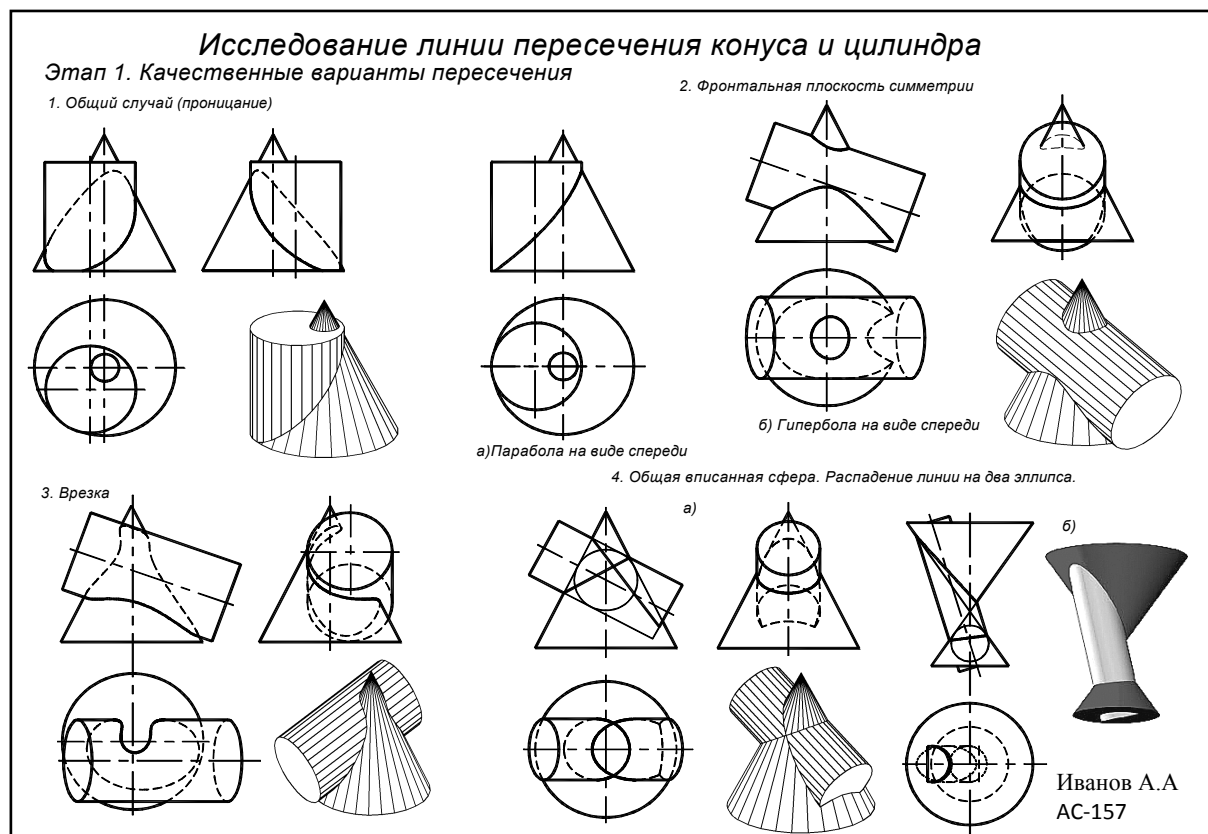
По литературе [1, 2, 3, 5] и лекционному материалу изучить раздел: “Особые случаи пересечения поверхностей второго порядка”.

Реализовать качественно различные варианты пересечения заданных поверхностей. Это могут быть следующие варианты или часть из них:

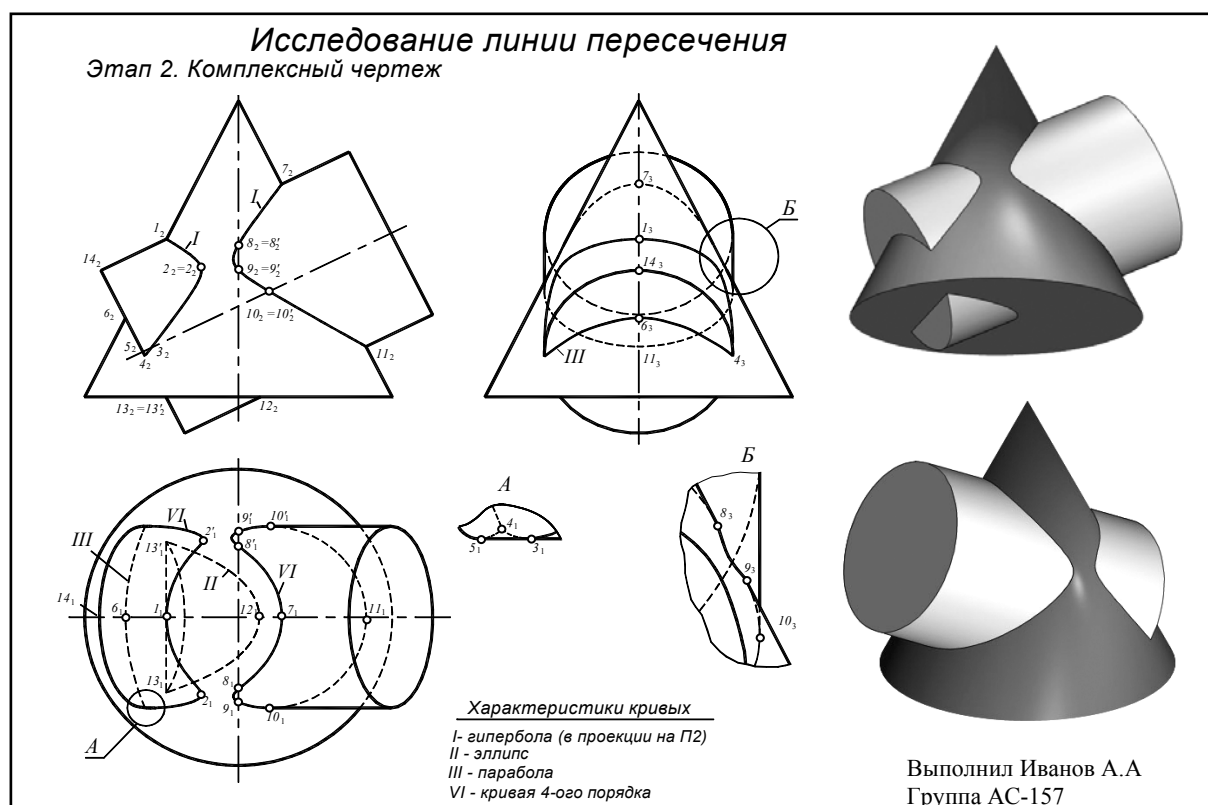
- ⇒ врезка;
- ⇒ проникание;
- ⇒ наличие плоскости общей симметрии, параллельной одной из плоскостей проекций, приводящее к отображению линии пересечения в виде кривой второго порядка;
- ⇒ наличие общей вписанной сферы, приводящее к распадению линии на плоские кривые (теорема Монжа);
- ⇒ пересечение по плоской кривой, приводящее к возникновению второй плоской кривой в пересечении;
- ⇒ для эллиптических поверхностей реализовать случай касания в двух точках;
- ⇒ касание в одной точке;
- ⇒ распадение линии пересечения на прямые;
- ⇒ случай соосных поверхностей вращения.

Работа выполняется в два этапа. На первом этапе ведется поиск качественно различных вариантов пересечения заданной пары поверхностей. Необходимо реализовать максимально возможное количество вариантов, обратив внимание на особые случаи пересечения; техника моделирования изложена в разделе 6.5. Каждый из вариантов первоначально создать в отдельном файле, снабдив его поясняющими надписями о характере линии пересечения. Затем желательно выполнить композицию, объединив варианты в обобщенный файл (рис. 2, а). На первом этапе допускается упрощенное оформление, например, без обозначения опорных точек.

№	Поверхность 1	Поверхность 2
1	Пр. круг. конус	Пр. круг. конус
2	Пр. круг. конус	Эллиптич. конус
3	Пр. круг. конус	Пр. круг. цилиндр
4	Пр. круг. конус	Эллиптич. цилиндр
5	Пр. круг. конус	Гиперболоид вращ.
6	Пр. круг. конус	Параболоид вращ.
7	Эллиптич. конус	Эллиптич. конус
8	Эллиптич. конус	Пр. круг. цилиндр
9	Эллиптич. конус	Эллиптич. цилиндр
10	Эллиптич. конус	Гиперболоид вращ.
11	Эллиптич. конус	Параболоид вращ.
12	Эллиптич. конус	Сфера
13	Эллиптич. конус	Эллипсоид вращ.
14	Пр. круг. цилиндр	Пр. круг. цилиндр
15	Пр. круг. цилиндр	Эллиптич. цилиндр
16	Пр. круг. цилиндр	Гиперболоид вращ.
17	Пр. круг. цилиндр	Параболоид вращ.
18	Пр. круг. цилиндр	Эллипсоид вращ.
19	Эллиптич. цилиндр	Эллиптич. цилиндр
20	Эллиптич. цилиндр	Гиперболоид вращ.
21	Эллиптич. цилиндр	Параболоид вращ.
22	Эллиптич. цилиндр	Сфера
23	Эллиптич. цилиндр	Эллипсоид вращ.
24	Гиперболоид вращ.	Гиперболоид вращ.
25	Гиперболоид вращ.	Параболоид вращ.
26	Гиперболоид вращ.	Сфера
27	Гиперболоид вращ.	Эллипсоид вращ.
28	Параболоид вращ.	Параболоид вращ.
29	Сфера	Эллипсоид вращ.
30	Эллипсоид вращ.	Эллипсоид вращ.



а)



б)

Рис. 2.

На втором этапе исследовать линию пересечения одного характерного варианта своего задания. Необходимо построить чертеж, применив 3D технологию (см. разд. 6.3). На чертеже

обозначить опорные точки линии пересечения, пояснить характер линий, включить наглядные изображения. Образец приведен на рис. 2, б).

Задание предъявляется к защите “с экрана”, либо в виде *цветной* распечатки. Защита предусматривает краткую характеристику, полученных при этом линий пересечения. Например (см. рис. 2, б): “Случай проникания конуса цилиндром при наличии у них общей плоскости симметрии, параллельной П2. Линия пересечения поверхностей является пространственной кривой четвертого порядка. На П2 эта линия отображается в кривую второго порядка – гиперболу. На П1 и П3 проекции линии – кривые четвертого порядка. При пересечении плоскостей оснований дополнительно возникают парабола и часть эллипса”.

Задание 6. Расчет продолжительности инсоляции

Инсоляция – освещение комнат и территорий прямыми солнечными лучами. Инсоляция оказывает благоприятное и необходимое для жизнедеятельности биологическое воздействие. Поэтому обеспечение инсоляции является обязательной частью архитектурно-строительного проектирования.

Дано:

План зданий в масштабе 1:1000. Высота здания, на котором расположена точка А, равна 18 м. Высоты других (одного или двух) зданий равны 30 м. Высота т. А равна 3.5 м.

Требуется:

1. Для заданного варианта определить продолжительность инсоляции окна с центром в точке А.

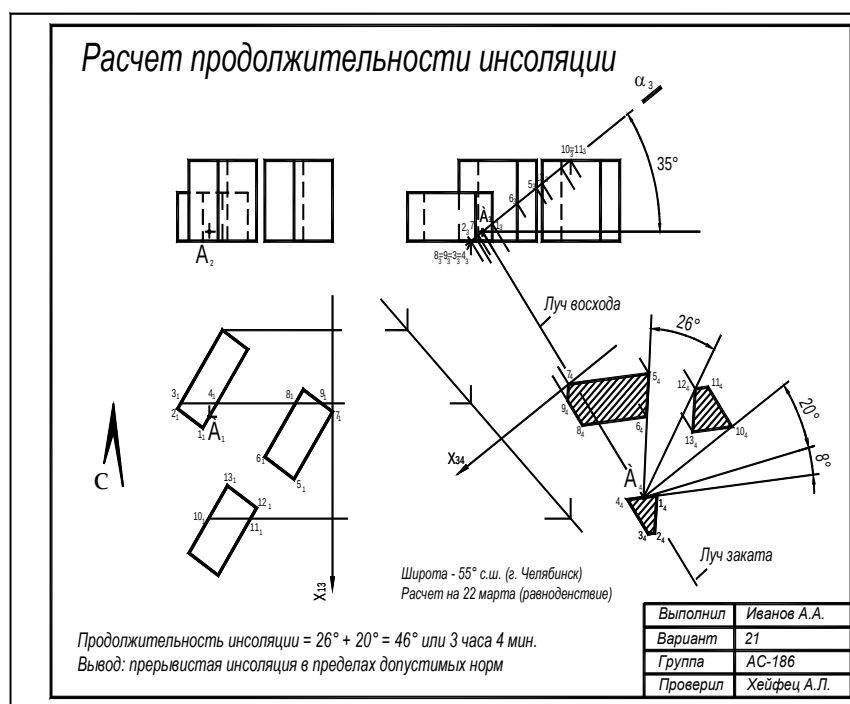


Рис. 3

Расчет выполнить для г. Челябинска:

а) на день равноденствия, 22 марта; расчет методами начертательной геометрии (см. рис. 3) и компьютерная 3D-модель;

б) для 22 июня, компьютерная 3D-модель.

Методическое обеспечение задания:

⇒ курс лекций;

⇒ файл с таблицей вариантов и методикой выполнения задания.

Задание 7. Модель автомобиля

Применим два метода создания модели автомобиля. Первый метод заключается в том, что вначале создаем поверхности командами *loft*, *sweep*, *extrude*, *revolve*, а затем преобразовываем их в объекты *solid*, придав им толщину командой *thicken*. Второй метод – первоначально получаем *solid*-модель заготовки, а затем, подобно автомобильному дизайнеру, используя поверхности в качестве режущего инструмента, окончательно достраиваем модель.

Первый метод. Чтобы определить облик и пропорции автомобиля, выполним его эскиз (рис. 4, а), обратившись к сайту www.3dcar.ru/blueprints/. Эскиз построим в плоскости *xy* *MSK* в истинных размерах объекта. Затем создадим аксонометрическую точку зрения и расположим каждый вид в соответствующей ему плоскости проекций. Так как корпус автомобиля имеет продольную плоскость симметрии, используем половины видов сверху и слева (рис. 4, б).

Разделим автомобиль на несколько частей: передок, боковина или понтон, крыша, багажник, колеса. Каждая из данных частей требует свою технологию формирования. В передок входят капот, крыло с колесной нишей и подкрылком, бампер, фары, решетка радиатора. В начале создадим капот с центральной выштамповкой и крыло с подкрылком, используя команды *loft* (по сечениям) и *sweep* (сдвиг) (рис. 4, в). Построение каркаса капота осуществляем с помощью проекций основных видов эскиза. По проекциям находим положение пространственной кривой, ограничивающей выступ на капоте. Затем, разделив проекцию линии фронтального очерка капота на равные части (*divide*), командой *pline* (полилиния) дуговыми сегментами строим линии каркаса поверхности капота. Используя пространственную граничную линию в качестве направляющей и дуговые сегменты – в качестве сечений, командой *loft* формируем поверхность капота. Этой же командой создаем подкрылок и переходные области между решеткой радиатора и капотом, фарой и крылом. Для создания бамперов, решетки радиатора, понтона крыльев, днища применяем команду *extrude* (выдавить).

Крышу строим с помощью команды *sweep* (сдвиг) (рис. 4, г). Для моделирования колеса применим команду *revolve* (вращать), предварительно вычертив плоские сечения шины, обода и контуры отверстия в диске (рис. 4, д). При использовании команд *extrude*, *sweep* образующие и режущие поверхности генерируем из соответствующих проекций очерков и переходных линий. Построив все необходимые компоненты половины модели, командами *mirror* (зеркало) и *union* (объединить) создаем полную модель автомобиля (рис. 4, е).

Второй метод. Как и в первом методе, определимся с обликом автомобиля, задав его проекционные виды (рис. 5, а), взяв их с упомянутого выше сайта. Затем командой *extrude* выдадим проекцию фронтального очерка автомобиля на половину его ширины (рис. 5, б). Полученную *solid*-модель заготовки доводим до нужного вида, обрезая ее поверхностями, создаваемыми командами *extrude*, *sweep* из ортогональных проекций переходных и очерковых линий (рис. 5, в).

Внутреннюю полость модели сформируем командой *solidedit/body/shell* (редтел/тело/оболочка), задав толщину стенки, например, 1 мм (рис. 5, г). При достаточно сложной конфигурации модели возможны отказы пакета AutoCAD от выполнения данной команды. В данном случае рекомендуется разрезать (*slice*) модель на несколько частей, создать из каждой из них оболочку, а затем объединить (*union*) части в одно целое. Возникшие внутренние перегородки можно убрать командой редактирования тел *solidedit/face/delete* (редтел/грань/удалить). После создания внутренней полости прорежем окна и двери в модели. Для этого командой *extrude* выдадим из ортогональных проекций дверных и оконных проемов поверхности, которые используем в качестве режущих кромок. Обведем края проемов сплайном с объектной привязкой *nearest* (ближайшая), вычертим поперечные сечения и командой *sweep* смоделируем уплотнения дверей и стекол. Отдельно выполним модели решетки радиатора, фары, колеса, зеркала заднего вида и т.д.

Как и в первом случае, завершаем построение модели автомобиля командами *mirror* и *union*, создавая вторую симметричную половину и объединяя ее с первой (рис. 5, д).

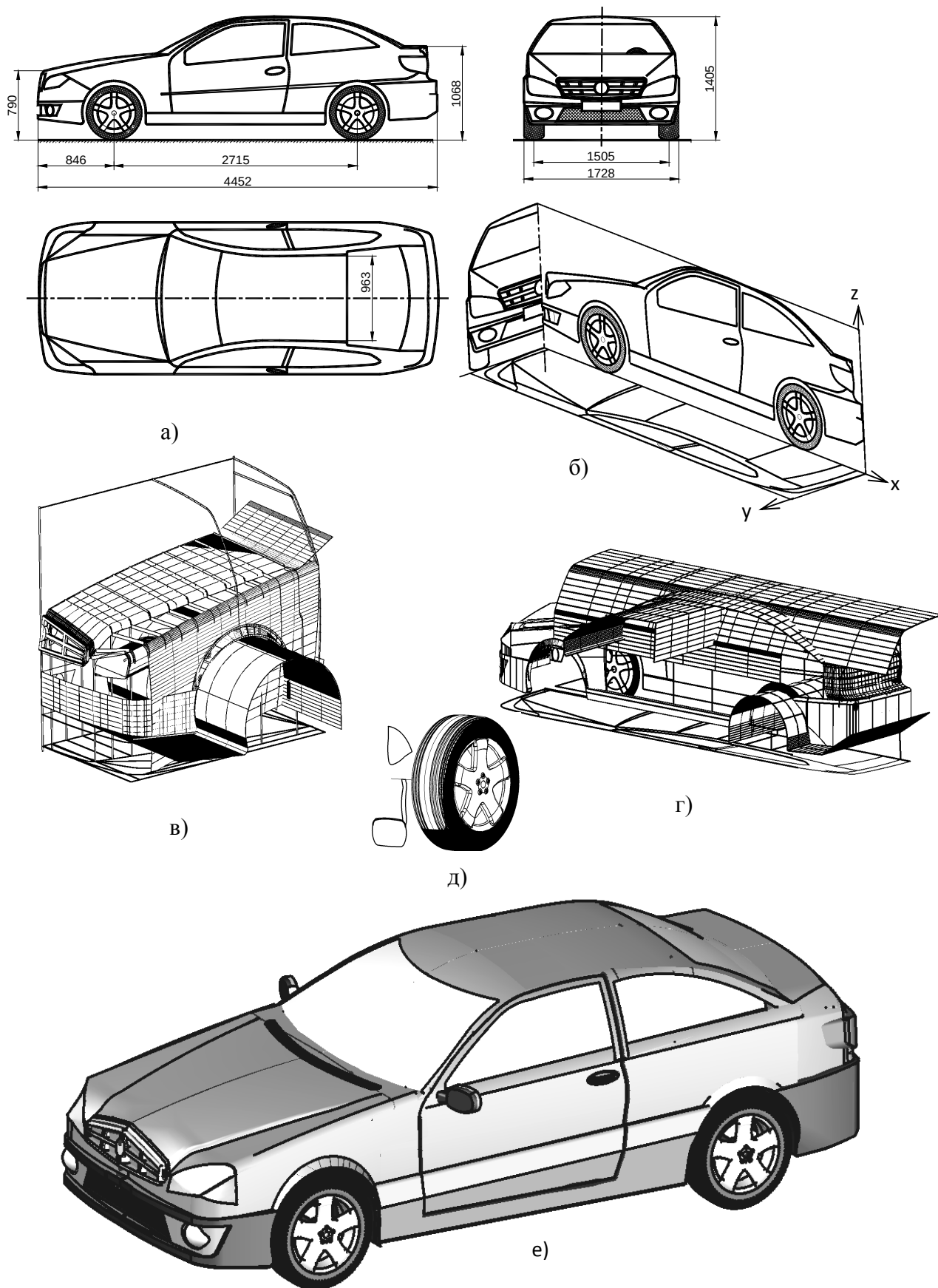


Рис. 4

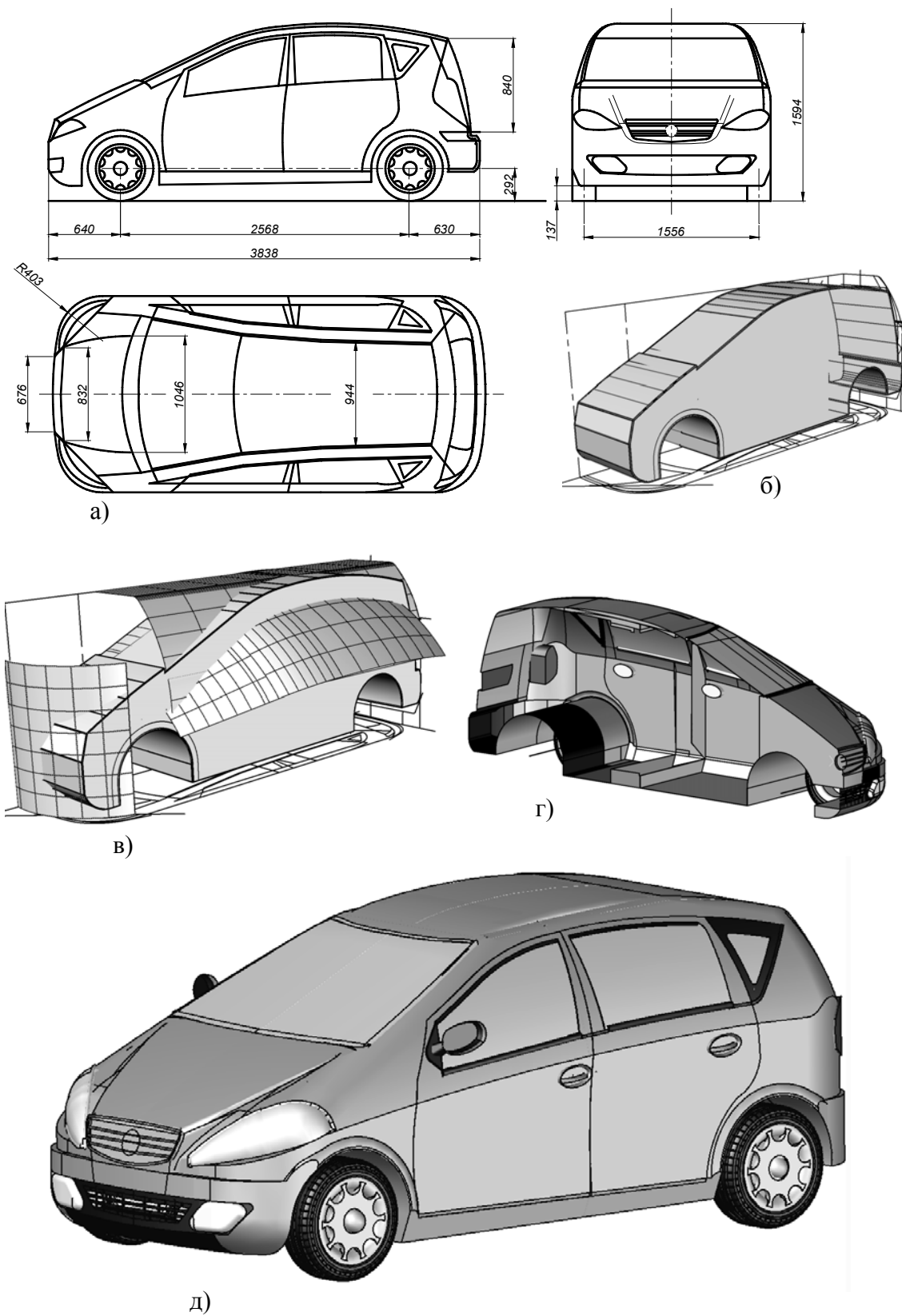


Рис. 5

2. АЛГОРИТМЫ 3D КОМПЬЮТЕРНОГО ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В этом разделе приведены алгоритмы решения задач геометрического моделирования по 3D технологии применительно к пакету AutoCAD. Изложенный материал является частью лекционного курса. К нему необходимо обращаться как к справочному материалу при решении задач и при подготовке к экзамену.

2.1. Ортогональное проецирование точки и отрезка на плоскость

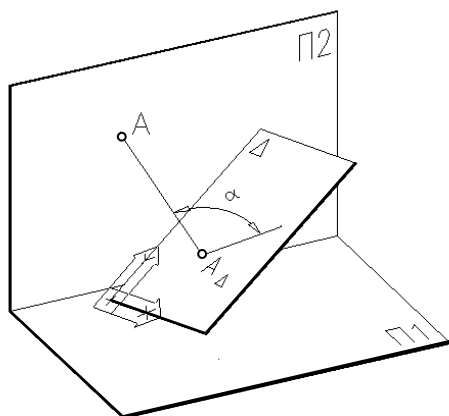


Рис. 6

Для построения ортогональной проекции точки на плоскость, когда угол проецирования $\alpha=90^0$ (рис. 6), достаточно установить на эту плоскость систему координат (ПСК), определить координаты проецируемой точки в этой системе координат и приравнять нулю z-координату. Например, если ПСК установлена на плоскость Δ и точка A имеет в этой ПСК координаты (50, 60, 70), то ортогональная проекция точки A на плоскость Δ – это точка A_{Δ} (50, 60, 0).

2.1.1. Координатные фильтры

Ортогональные проекции строят, применяя так называемые координатные фильтры – средство, позволяющее взять у указанной точки необходимые

координаты. Так, если применить фильтр .xu, то у точки будут взяты только координаты x и y, а недостающую координату z система потребует задать дополнительно; для построения ортогональной проекции z-координату нужно задать равной нулю. Фильтры можно вызвать сочетанием клавиш Shift+ПЩ \ Point Filters (Фильтры).

Построим точку A_{Δ} , являющуюся ортогональной проекцией точки A на плоскость Δ (см. рис. 6):

- ☐ задайте маркер точки;
- ☐ установите ПСК в плоскость проекции Δ ;
- ☐ **point** \ Shift+ПЩ \ Фильтры \ .xu \ включите объектную привязку Shift+ПЩ \ Node (Узел);
- ☐ укажите прицелом проецируемую точку A;
- ☐ на запрос “требуется Z” введите ноль – точка A_{Δ} построена.

Проекцией отрезка также будет отрезок, для построения которого нужно взять точки проецируемого отрезка, применив координатный фильтр .xu и объектную привязку Endpoint (Конечная). Пусть имеется отрезок, нужно построить его ортогональную проекцию в заданную плоскость:

- ☐ установить ПСК в плоскость проецирования;
- ☐ **line** \ выберите фильтр (Shift+ПЩ \ Фильтры \ .xu);
- ☐ включите объектную привязку (Shift+ПЩ \ Конечная) \ укажите конец проецируемого отрезка \ на запрос “требуется z” введите ноль;
- ☐ повторите те же действия для второй конечной точки отрезка \ ПЩ – проекция отрезка построена.

2.1.2 “Автоматическое” проецирование

Проецирование можно “поручить” системе, применив программу project.lsp, которую нужно предварительно загрузить.

- ❑ Загрузите файл project.lsp (Tools \ Load Application...)

Результат: загруженная программа создает три новые команды: ПРОЕКЦИЯ, ПР1, ПР2.

- ❑ Введите команду ПРОЕКЦИЯ (PROJECT) и прочтите информацию о пользовании программой.

Команда ПР1 осуществляет ортогональное проецирование объектов в плоскость ПСК. Объектами могут быть точки, отрезки прямых и дуги окружностей, полилинии. Команда ПР2 осуществляет косоугольное проецирование, о нем см. ниже. Для выполнения ортогонального проецирования:

- ❑ установите ПСК в плоскость проецирования;
- ❑ введите команду ПР1 и укажите объекты для проецирования \ ПЩ.

Результат: получены ортогональные проекции выбранных объектов на плоскость ПСК.

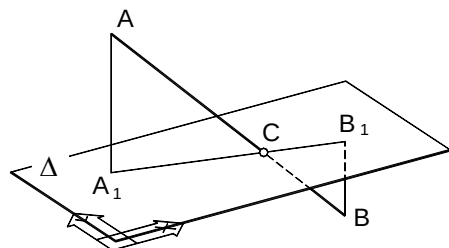


Рис. 7

2.2. Построение точки пересечения отрезка прямой с плоскостью

Искомая точка может быть найдена, как точка пересечения отрезка с его ортогональной проекцией на плоскость. Например, точка С пересечения отрезка АВ с плоскостью Δ (рис. 7) может быть построена следующим образом:

- ❑ установите ПСК в плоскость Δ ;
- ❑ постройте отрезок A_1B_1 как ортогональную проекцию отрезка АВ на плоскость ПСК (см. разд. 1);
- ❑ назначьте маркер точки;
- ❑ **point** \ включите объектную привязку Shift+ПЩ \ Intersection (*Пересечение*) \ укажите прицелом область пересечения отрезка и его проекции.

Результат: точка пересечения отмечена назначенным маркером.

2.3. Построение линии пересечения двух плоскостей

Прямая, являющаяся линией пересечения плоскостей, может быть найдена по двум точкам пересечения прямых одной плоскости с другой плоскостью. Например, найти линию пересечения плоскости ABC с плоскостью DEFG (рис. 8) можно следующим образом:

- ❑ установите ПСК в одну из плоскостей, например, в плоскость прямоугольника;
- ❑ найдите точку 1 пересечения плоскости ПСК с прямой ВС и точку 2 пересечения той же плоскости с прямой АС; для этого нужно дважды решить рассмотренную выше задачу о пересечении прямой линии с плоскостью;
- ❑ соедините отрезком LINE найденные точки (отрезок 1-2);
- ❑ применяя команды EXTEND (*Удлини*) или TRIM (*Обрежь*) к найденному отрезку, получите действительную часть линии пересечения, общую для пересекающихся отсеков плоскостей.

В рассматриваемом примере отрезок 1–2 выступает за контур прямоугольника и его необходимо обрезать, оставив отрезок 1–3. В качестве “ножа” нужно указать отрезок GD.

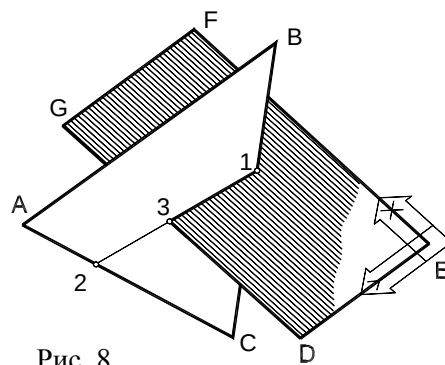


Рис. 8

2.4. Косоугольное проецирование

Если угол проецирования α (см. рис. 6) отличен от прямого, то для построения проекции точки, называемой в этом случае *косоугольной проекцией*, необходимо провести через эту точку

отрезок в направлении проецирования и определить точку его пересечения с плоскостью проекции. Фактически задача сводится к определению точки пересечения прямой с плоскостью. Например, точку С (см. рис.7) можно считать проекцией точки А на плоскость Δ , построенную косоугольным проецированием в направлении, задаваемом отрезком АВ.

2.4.1. “Автоматизация” косоугольного проецирования

Построение косоугольной проекции может быть выполнено командой PR2 программы project.lsp, рассмотренной в разделе 1:

- перед первым применением команды загрузите файл project.lsp;
- установите ПСК так, чтобы ось Z была параллельна направлению проецирования;
- введите команду PR2. Далее, в ответ на запросы команды с объектной привязкой укажите три точки плоскости проекции и укажите проецируемые объекты...

2.4.2. Косоугольное проецирование как метод нахождения точек и линий пересечения

Если прямую спроецировать на плоскость, задав направление проецирования вдоль самой проецируемой прямой, то прямая отобразится в точку. Это будет точка пересечения прямой и плоскости. Например, точка С (см. рис. 7) является косоугольной проекцией прямой АВ на плоскость Δ , полученная проецированием вдоль этой прямой и точкой пересечения прямой АВ с плоскостью Δ . Для наглядности результата нужно проецировать не саму прямую, а маркер точки, предварительно поставленной на проецируемой прямой.

Таким образом, найти точку пересечения прямой и плоскости можно по следующему алгоритму:

- **ucs \ Zaxis (Zось) ** указать объектной привязкой две конечные точки проецируемой прямой.

Результат: ось Z текущей ПСК установлена вдоль прямой, то есть параллельно направлению проецирования.

- Задать маркер точки.
- Поставить маркер в конечную или любую другую точку отрезка прямой: **point \ 0,0**.
- Ввести команду PR2 \ ПЩ \ с объектной привязкой указав три точки плоскости, с которой находится пересечение прямой.
- В качестве проецируемого объекта указать предварительно поставленный маркер точки.

Результат: маркер спроецирован в точку пересечения прямой с плоскостью и указывает эту точку.

Подобным образом можно строить линию пересечения двух плоскостей. Так, отрезок 1-3 (см. рис. 8) является частью косоугольной проекции треугольника ABC на плоскость прямоугольника DEFG, если проецирование выполнено вдоль плоскости треугольника. Здесь возможны различные варианты реализации, например, можно спроецировать отрезок АВ вдоль отрезка ВС или АС.

Освоив косоугольное проецирование, Вы значительно сократите количество построений.

2.5. Построение прямых и плоскостей заданного пространственного положения

2.5.1. Прямая, параллельная заданной прямой

Построение параллельных прямых вводом координат их точек с командной строки, как правило, не обеспечивает необходимой точности. Чтобы построить две параллельные прямые, нужно построить одну прямую, а затем скопировать ее в какую-либо точку второй прямой. Допустим, нужно построить прямую *b*, проходящую через точку *C*, параллельно прямой *a*. Точка *C* задана маркером (рис. 9). Достаточно скопировать прямую *a* в точку *C*:

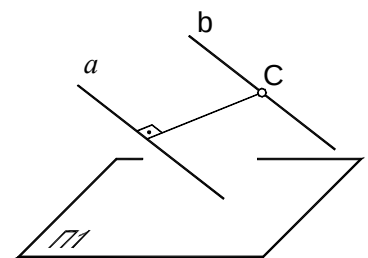


Рис. 9

- ☐ **copy** / на запрос “выберите объекты” укажите прямую $a \setminus$ ПЩ;
- ☐ на запрос “базовая точка” включите одну из объектных привязок Nearest, Endpoint, Midpoint (*Ближайшая, Конечная* или *Середина*) и вновь укажите прямую a ;
- ☐ на запрос “вторая точка” включите объектную привязку Node (*Узел*) и укажите точку C .

2.5.2. Прямая, перпендикулярная заданной прямой

Допустим, из точки C нужно опустить перпендикуляр на прямую a (см. рис. 9):

- ☐ **line** \ “от точки” – включите объектную привязку Node (*Узел*), укажите точку $C \setminus$ “к точке” – включите объектную привязку Perpendicular (*Нормаль*), укажите прямую a .

2.5.3. Прямая, перпендикулярная заданной плоскости

Опустить перпендикуляр на плоскость, например, из точки A на плоскость Δ (см. рис. 6):

- ☐ установите ПСК на плоскость, к которой проводится перпендикуляр;
- ☐ **line** \ “от точки” – включите объектную привязку и укажите точку, из которой проводится перпендикуляр;
- ☐ “к точке” – необходимо включить координатный фильтр .ху и повторно указать ту же точку с прежней объектной привязкой;
- ☐ на запрос “требуется z” ввести ноль.

Восстановить перпендикуляр к плоскости в указанной точке при длине перпендикуляра, например, 10 единиц. Применим задание точки приращением координат, реализуемое символом @:

- ☐ установите ПСК на плоскость, к которой восстанавливается перпендикуляр;
- ☐ **line** \ “от точки” – укажите основание перпендикуляра как точку на плоскости, включив соответствующую объектную привязку или введя координаты;
- ☐ “к точке” – введите с клавиатуры @0,0,10.

2.5.4. Плоскость, перпендикулярная прямой

Достаточно задать ПСК с опцией Zaxis (*Зось*), указав с объектной привязкой две точки прямой. Если плоскость должна проходить через точку вне прямой, то необходимо начало координат найденной ПСК перенести в заданную точку. Плоскость можно зафиксировать двумя отрезками прямых, построенных в найденной ПСК, или сохранить ПСК, присвоив ей имя: **ucs** \ save...

2.5.5. Плоскость, параллельная заданной плоскости и проходящая через заданную точку

Вариант 1: установить ПСК в заданную плоскость, а затем перенести начало координат в заданную точку, применив команду UCS с опцией Origin.

Вариант 2: скопировать два отрезка заданной плоскости в заданную точку.

2.6. Определение взаимного положения прямых и плоскостей

Задачи на определение взаимного положения возникают при проверке правильности выполненного решения, например, требуется проверить, является ли полученный отрезок параллельным заданной плоскости. Подобные задачи, во многом удается решить, вызвав командой LIST на экран список данных проверяемого объекта.

2.6.1. Положение отрезка прямой относительно плоскости

- ☐ Установить ПСК в заданную плоскость.
- ☐ **_List** \ указать отрезок \ ПЩ.

Результат: на экран выведен список данных проверяемого отрезка, в том числе координаты его концов и угол наклона отрезка к плоскости ПСК. Если координаты Z равны между собой, отрезок параллелен плоскости. При $Z = 0$ отрезок принадлежит плоскости. В остальных случаях отрезок пересекает плоскость. По углу наклона можно сделать вывод о перпендикулярности отрезка с плоскостью.

2.6.2. Взаимное положение отрезков прямых

Чтобы убедиться в пересечении отрезков, начните строить точку, указав на экране место пересечения отрезков с объектной привязкой Intersection (*Пересечение*). Если пересечение имеется, точка будет “взята”. Если сообщения о выборе точки не возникло, пересечения отрезков нет, то есть отрезки скрещивающиеся.

Если проекции отрезков не пересекаются, то взаимное положение отрезков можно определить по списку их параметров командой `_LIST`. На момент проверки ПСК может быть установлена произвольно. В списке параметров каждого отрезка приведены два угла: угол наклона отрезка к оси X текущей ПСК и угол наклона отрезка к плоскости XOY этой ПСК. Если у сопоставляемых отрезков углы соответственно равны, то отрезки параллельны.

Универсальный способ определения взаимного положения состоит в следующем. Установите ПСК по трем точкам, задав две точки на первом отрезке, а третью точку на втором. После этого командой `_LIST` определите параметры второго отрезка. Если хотя бы одна из координат Z концов второго отрезка отличается от нуля, отрезки представляют скрещивающиеся прямые. Если Z-координаты концов второго отрезка равны нулю, то проверяемые отрезки принадлежат одной плоскости. Приведенный в списке угол наклона к оси X представляет собой угол между отрезками. По нему можно уточнить, являются ли отрезки пересекающимися, параллельными или перпендикулярными. Если отрезки скрещиваются, то могут быть определены расстояние и угол между ними. Решение приведено в разд. 3.6.

2.6.3. Взаимное положение плоскостей и угол между ними

Плоскости параллельны, если две какие-либо пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны другой плоскости. Поэтому для вывода о взаимном положении двух заданных плоскостей достаточно:

- найти или построить в одной из плоскостей два пересекающихся отрезка;
- установить ПСК в другую плоскость;
- проверить оба выбранных отрезка на параллельность плоскости, в которую установлена ПСК.

Если параллельность каждого отрезка плоскости ПСК подтверждается, то проверяемые плоскости параллельны друг другу, в противном случае плоскости пересекаются.

Более полную информацию можно получить, определив угол между плоскостями (рис. 10). Для этого достаточно из произвольной точки опустить перпендикуляры на обе плоскости. Затем нужно определить угол α между перпендикулярами.

Искомый угол между плоскостями определится как $(180 - \alpha)$. В частности, по величине угла α может быть сделан вывод о перпендикулярности плоскостей.

2.7. Определение точек пересечения прямой с кривой поверхностью

Для определения точек пересечения отрезка прямой и кривой поверхности необходимо построить сечение поверхности плоскостью, проходящей через заданную прямую, а затем найти искомые точки как точки пересечения прямой с полученным контуром сечения. Две точки секущей плоскости должны быть взяты на заданном отрезке прямой, третья может быть указана произвольно (только не на отрезке).

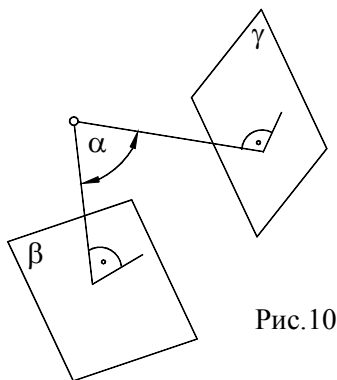


Рис.10

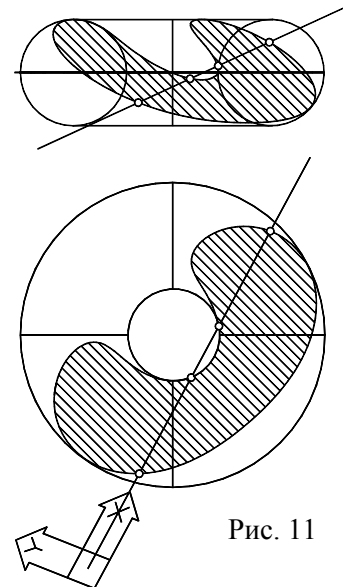


Рис. 11

Алгоритм решения:

- ❑ **ucs** \ 3 \ с применением объектной привязки укажите две точки отрезка \ в качестве третьей точки введите произвольную точку, например 0, 0, но лучше задайте ее с учетом специфики поверхности, например, для конуса задайте точку вершины;
- ❑ постройте сечение поверхности плоскостью XOY установленной ПСК;
- ❑ точки пересечения отрезка и поверхности могут быть выявлены объектной привязкой Intersection (*Пересечение*).

На рис. 11 показано построение точек пересечения отрезка прямой с тором. Тор задан как solid и отображен в каркасном виде. Для определения плоскости сечения применена команда UCS с опцией Object, которая направляет ось X вдоль отрезка прямой. Сечение получено командой SECTION. Сечение представляет собой спирическую кривую. Отрезок пересекает тор в четырех точках.

3. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

3.1. Загрузка пакета со специальным прототипом

Для решения каждой задачи нужно создать отдельный файл с применением специального прототипа. Прототип – это файл-заготовка, в котором выполнены предварительные настройки. Для нашего курса нужно воспользоваться прототипом proto.dwt. Он учитывает специфику курса и позволяет приступить к решению задач при “не очень уверенном” знании AutoCAD’a.

Чтобы создать файл с указанным прототипом, выполните:

- ☐ Загрузите пакет, указав его ярлык на рабочем столе.
- ☐ В стартовом окне Startup, укажите “Use a Template” (применение прототипа) \ в окне “Select a Template” (выбор прототипа) найдите и укажите файл proto.dwt \ OK.

После загрузки пакета с прототипом proto.dwt экран компьютера имеет вид, показанный на рис. 12. Для однозначного и наглядного восприятия формы пространственного объекта в прототипе выполнена настройка, при которой экран компьютера поделен на четыре видовых окна. В трех окнах заданы виды спереди, сверху и слева в соответствии с их размещением на комплексном чертеже. Правое нижнее окно – аксонометрия, в нем отображены образы координатных плоскостей П1 и П2. Подвигайте мышью – в одном из окон перемещается курсор в виде перекрестия. В левом нижнем углу экрана отслеживаются координаты курсора. Это активное окно. Его границы выделены рамкой. Остальные окна пассивны. В них курсор имеет вид стрелки. Чтобы сделать активным другое окно, нужно перевести на него курсор и дважды щелкнуть левой кнопкой мыши.

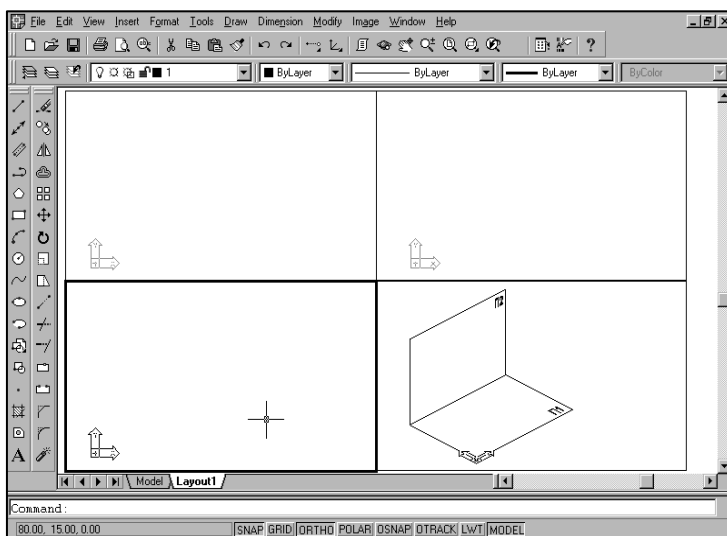


Рис. 12

3.2. Построение исходных объектов

Первый этап решения задачи состоит в построении исходных объектов как примитивов AutoCAD’a по размерам, взятым с чертежа. Объектами могут быть точки, отрезки прямых, поверхности.

Исходный чертеж дан, как правило, в безосной форме. Необходимо на этом

чертеже нанести оси декартовой системы координат (систему отсчета), относительно которой можно измерять координаты точек объектов. Направление осей нужно задать в соответствии с тем,

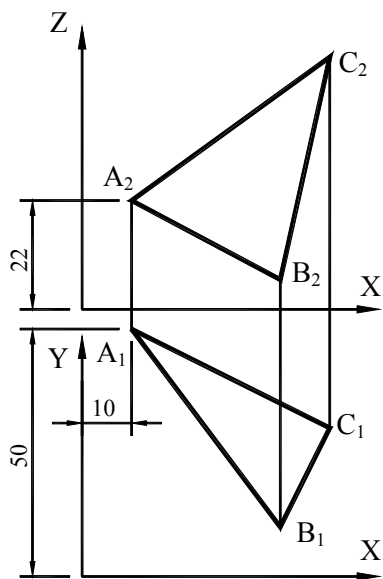


Рис. 13

которое принято в AutoCAD'е. Точка начала координат на чертеже может быть выбрана произвольно, поскольку она не влияет на разности координат точек, то есть не изменяет взаимного положения и формы заданных на чертеже объектов.

На рис. 13 дан чертеж треугольника ABC, содержащий его горизонтальную и фронтальную проекции. На поле чертежа нанесены оси координат. Координаты точек можно измерять линейкой с точностью до 1 мм. Так, координаты точки A равны (10, 50, 22).

Построим точку A как объект AutoCAD'а.

□ Перейдите в окно вида сверху или в окно аксонометрии; в этих окнах система

координат соответствует системе, нанесенной на чертеже.

□ **point** \ 10, 50, 22.

Результат: во всех видовых окнах появилось изображение точки в виде маркера – крестика.

Маркер, которым помечена точка, определен в прототипе. Можно изменить вид и размер маркера:

□ **Format** (Режимы) \ **Point Style** (Отображение точек).

Построим отрезок прямой AC:

□ **line** \ 10, 50, 22 \ 50,30,50.

Результат: отрезок построен. Он отображен во всех видовых окнах, следовательно, получены три его ортогональные проекции и аксонометрическая проекция (изометрия).

3.3. Построить отрезок прямой, проходящей через заданную точку параллельно заданной плоскости и пересекающей заданную прямую

Пусть требуется построить отрезок прямой, которая должна проходить через заданную точку A параллельно плоскости Δ , заданной прямыми a и b , и пересекать прямую m (рис. 14). Схема решения задачи:

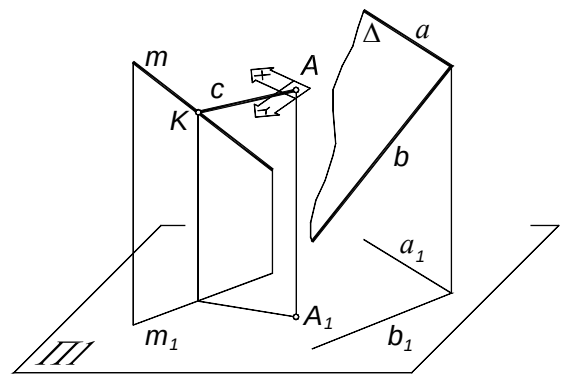


Рис. 14

- ☐ Задать вспомогательную плоскость, проходящую через точку А, параллельно плоскости Δ .
- ☐ Найти точку К пересечения вспомогательной плоскости с заданной прямой m .
- ☐ Провести отрезок АК, который является искомым.

Для определения вспомогательной плоскости достаточно установить в нее ПСК. Нахождение точки К как точки пересечения прямой с плоскостью рассмотрено в разделах 2.1, 2.2.

3.3.1. Найти горизонталь и фронталь в плоскости заданного треугольника

Найдем горизонталь и фронталь в плоскости треугольника ABC, заданного на рис. 13. Это частный случай задачи (см. рис. 14), когда плоскость Δ является одной из плоскостей проекций П1 или П2, точка А является вершиной, а прямая m – стороной треугольника.

Построение исходного объекта

- ☐ Откройте новый файл с прототипом proto (см. разд. 3.1).
- ☐ Перейдите в окно вида сверху или аксонометрии и убедитесь, что текущая ПСК совмещена с плоскостью П1. Иначе установите ПСК в плоскость горизонтальной проекции. Можно установить МСК.
- ☐ На исходном чертеже в рабочей тетради нанесите оси системы координат (см. рис. 13).

Определив координаты вершин треугольника, постройте его в пространстве тремя отрезками прямых:

- ☐ **line** \ 10,50,22 \ 40,10,7 \ 50,30,50 \ ПЩ.

Результат: построен исходный объект ΔABC (рис. 15).

Горизонталь из точки А

Перенесем начало координат ПСК в точку А:

- ☐ **ucs** \ Origin (Начало) \ Shift + ПЩ \ Intersection (Пересечение) \ укажите прицелом вершину А треугольника.

Результат: пиктограмма осей переместилась в указанную вершину, показав положение созданной системы координат.

Построим проекцию стороны ВС треугольника на плоскость ПСК с применением координатных фильтров (см. разд. 2.1.1):

- ☐ **line** \ Shift+ПЩ \ Фильтры \ .ху \ включите объектную привязку (Shift+ПЩ \ Конечная) \ укажите вершину В \ на запрос “требуется Z” введите ноль;
- ☐ вновь задайте фильтр (Shift+ПЩ \ Фильтры \ .ху) \ включите объектную привязку *Конечная* \ укажите вершину С \ на запрос “требуется Z” введите ноль.

Результат: получена проекция отрезка ВС, которую наглядно видно в окне вида спереди. Точка К пресечения отрезка ВС и его проекции определяет вторую точку отрезка искомой горизонтали:

- ☐ **line** \ с применением объектной привязки Intersection (Пересечение) укажите точки А и К \ ПЩ.

Результат: горизонталь построена (см. рис. 15)

Фронталь из точки С

Восстановим хранящуюся в прототипе ПСК с именем П2:

- ☐ **ucs \ Restore (Заменить) ** ввести имя *П2*;
- ☐ перенесите начало координат ПСК в точку *С*;
- ☐ постройте проекцию стороны *AB* на плоскость ПСК;
- ☐ постройте искомый отрезок фронтали как отрезок из точки *С* в точку пересечения стороны *AB* с ее проекцией.

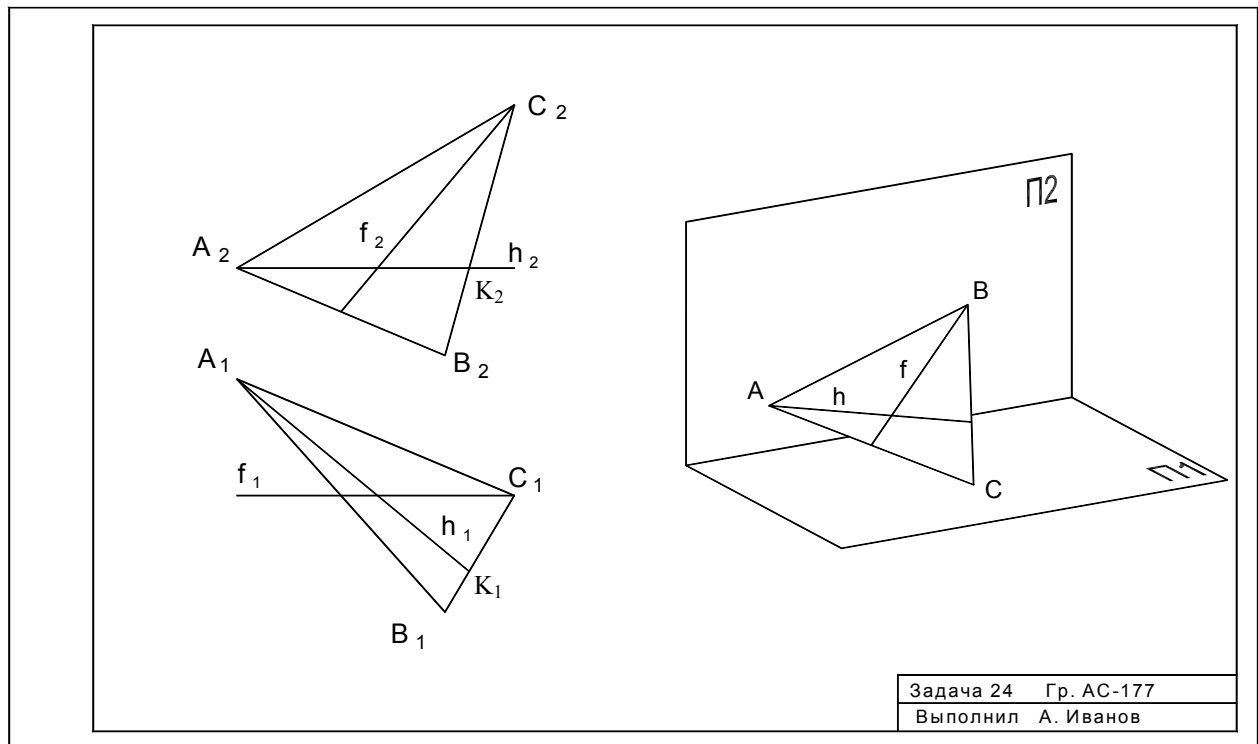


Рис. 15

Проверка решения

Необходимо уметь доказать правильность выполненного решения. Для доказательства правильности построения фронтали нужно убедиться, что ее отрезок, во-первых, параллелен плоскости П2 и, во-вторых, принадлежит плоскости $\triangle ABC$.

Для проверки первого условия:

- ☐ установите ПСК в плоскость П2;
- ☐ проверку параллельности выполните, как сказано в разд.2.6.1.

Для проверки второго условия установите ПСК в плоскость треугольника по трем его вершинам:

- ☐ **ucs \ 3Point ** применяя объектную привязку *Конечная* или *Пересечение*, последовательно укажите вершины треугольника. Можно применить привязку *Ближайшая* или *Середина* и указать стороны треугольника.

**list ** укажите фронталь и стороны треугольника. В выведенном списке Z-координаты конечных точек всех отрезков должны быть равны нулю.

Оформление задачи

Оформление предусматривает придание объектам разного цвета, обозначение точек, выполнение рамки и “штампа”. Если объектами являются поверхности или тела, то нужно удалить невидимые линии или выполнить тонированную визуализацию. Необходимые сведения о методах работы со слоями, наглядной визуализации, выполнения надписей, работе в пространстве модели и листа можно найти в справочной службе пакета или учебном пособии [4].

Для оформления приведенной выше задачи в соответствии с образцом, приведенным на рис. 15, выполните следующее.

□ Придайте отрезку фронтали красный цвет, горизонтали – синий, проекциям сторон – желтый. Для этого нужно изменить свойства построенных отрезков, их цвет или слой. Можно воспользоваться слоями, подготовленными в прототипе.

□ Максимально увеличьте размер изображения в окнах. После этого командой MVSETUP восстановите проекционную связь между видовыми окнами сверху, спереди слева. О команде MVSETUP см. справочную службу пакета.

□ Обозначьте вершины треугольника, надписи выполните на листе, поверх объектов.

□ Вспомогательные построения желательно перенести на отдельный слой и заморозить этот слой глобально или избирательно. В данной задаче вспомогательными являются отрезки проекций сторон на плоскость треугольника.

□ Разморозьте имеющийся в прототипе слой, содержащий рамку и основную надпись. Заполните основную надпись.

□ Сделайте слайд – растровую копию экрана для отчета.

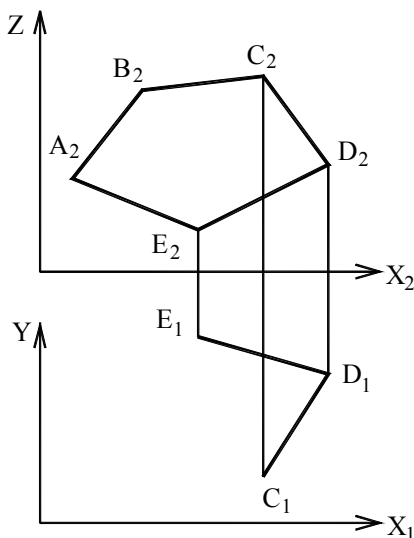


Рис. 16

3.4. Плоский многоугольник

Задан плоский пятиугольник ABCDE (рис. 16). Три его вершины C, D, E определены в пространстве, для них на исходном чертеже приведены фронтальная и горизонтальная проекции. Для вершин A и B указаны только фронтальные проекции. Требуется построить пятиугольник в пространстве и закончить его горизонтальную проекцию.

Схема решения

Все вершины многоугольника должны принадлежать одной плоскости, заданной точками C, D, E. Чтобы построить недостающие вершины A, B, для которых приведены лишь фронтальные проекции, необходимо спроецировать точки фронтальных проекций A_2 и B_2 в плоскость CDE. Точки нужно спроецировать в направлении, перпендикулярном плоскости фронтальной проекции П2 – это косоугольное проецирование.

После построения многоугольника как пространственного объекта для получения его горизонтальной проекции достаточно ортогонально спроецировать пятиугольник на плоскость П1.

Построение исходных объектов

- ☐ Откройте новый файл, указав в качестве прототипа файл proto.
- ☐ Активизируйте окно вида сверху или аксонометрию, убедитесь, что Вы в пространстве модели и установлена ПСК с именем П1, заданная в прототипе.
- ☐ На исходном чертеже в тетради нанесите оси системы отсчета (см. рис. 16). Измерьте координаты точек С, D, Е и постройте отрезки CD и DE:

☐ **line** \ 48,10,42 \ 62,31.5,23 \ 34,40,9 \ ПЩ.

Построим отрезок A_2B_2 , расположенный во фронтальной плоскости проекций. Для его построения установим ПСК в эту плоскость. В прототипе эта ПСК сохранена под именем П2:

☐ **ucs** \ R (Замени) \ ввести имя П2.

В новой ПСК ось Y направлена

вверх, поэтому Z-координаты, измеренные на исходном чертеже, нужно указывать в качестве Y-координат:

☐ **line** \ 8,19 \ 23,38 \ ПЩ.

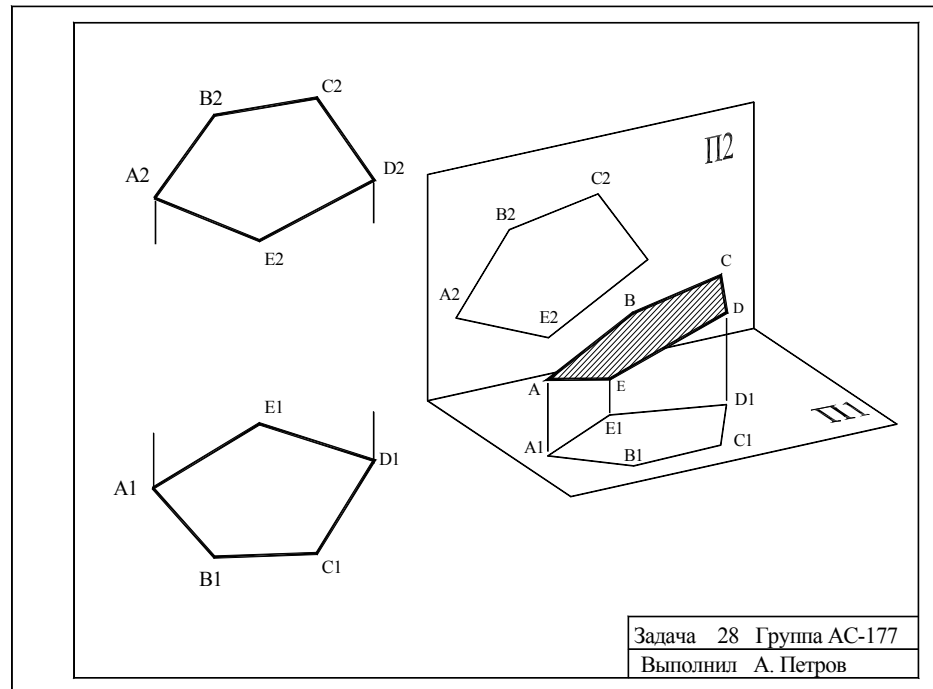


Рис. 17

Решение задачи

Выполним косоугольное проецирование (см. разд. 2.4) отрезка A_2B_2 в плоскость (CDE). Проецирование выполняется командой ПР2, загружаемой из программы project.lsp. Направление проецирования определяется осью Z текущей ПСК.

- ☐ Убедитесь, что ПСК установлена по фронтальной плоскости проекций (П2).
- ☐ Загрузите программу проецирования из файла project.lsp.
- ☐ Введите с командной строки имя команды ПР2.
- ☐ На запрос <3точки> щелкните правой кнопкой мыши и укажите концы отрезков CD и DE. Указание выполняйте с объектной привязкой Endpoint (Конечная).
- ☐ Укажите проецируемый отрезок A_2B_2 .

Результат: построен отрезок АВ в плоскости пятиугольника (рис. 17).

- ☐ Достройте пятиугольник в пространстве, соединив отрезками точки В и С, а также точки А и Е. Поскольку точки являются концами ранее построенных отрезков, их нужно указать объектной привязкой Endpoint (*Конечная*).
- ☐ Завершите фронтальную и постройте горизонтальную проекцию пятиугольника. Для этого примените команду PP1 уже загруженной программы project.lsp.
- ☐ Убедитесь, что установлена ПСК в плоскость П2.
- ☐ Введите команду PP1 и укажите для проецирования отрезки ВС и АЕ.
- ☐ Установите ПСК в плоскость П1 (можно вызвать одноименную ПСК, хранящуюся в прототипе или установить МСК).
- ☐ Введите команду PP1 и укажите для проецирования все стороны пятиугольника, Задача решена (см. рис. 17).

Проверка решения

Необходимо убедиться, что все стороны пятиугольника принадлежат одной плоскости. Для этого достаточно установить ПСК по трем произвольно выбранным вершинам пятиугольника, а затем в этой ПСК вывести списки данных всех отрезков, являющихся его сторонами. Z-координаты отрезков должны быть равны нулю.

Оформление задачи

- ☐ Для повышения наглядности изображения разместите отрезки на трех разных слоях, имеющихся в прототипе. Эти слои имеют разный цвет.
- ☐ Избирательно заморозьте слои в окнах, оставив необходимую часть изображений, например, в окне вида спереди оставьте только отрезки фронтальной проекции.
- ☐ Выполните штриховку контура пятиугольника на аксонометрическом изображении.
- ☐ Остальное оформление выполните как в предыдущей задаче. Результат оформления см. рис. 17.

3.5. Комплексные задачи

Комплексными называют задачи, в которых искомый элемент должен отвечать двум и более условиям. Путем анализа определяются геометрические множества, соответствующие каждому из условий. Решение задачи заключается в нахождении общего элемента данных множеств, удовлетворяющего поставленным условиям. Комплексные задачи в особой мере формируют пространственное и логическое мышление.

3.5.1. Построить отрезок прямой, проходящей через заданную точку параллельно двум заданным плоскостям

Решение задачи поясняется рис. 18, на котором А – заданная точка, через которую требуется построить отрезок d , параллельный двум плоскостям. Первая плоскость Δ задана пересекающимися прямыми a и b , вторая – Ψ задана параллельными прямыми m и n .

Построение исходных объектов

Выполните подготовительные действия: откройте новый файл с прототипом proto. Постройте исходные объекты. Исходные данные можно взять из задачи 3.1 в тетради.

Схема решения

Искомый отрезок d должен быть параллелен линии пересечения заданных плоскостей. Поэтому сначала нужно найти отрезок линии пересечения плоскостей, а затем скопировать его в точку, через которую он должен проходить. Возможны различные алгоритмы реализации данной схемы решения. Рассмотрим два из них.

Алгоритм решения 1

Построим отрезок прямой c , параллельный линии пересечения плоскостей, а затем скопируем отрезок c в точку A .

□ Установите ПСК в одну из заданных плоскостей, например, в плоскость Δ .

□ Перенесите начало координат в конечную точку отрезка m , принадлежащего второй плоскости, например, плоскости Ψ . Найденная ПСК показана на рис. 18. Она параллельна плоскости Δ и имеет начало координат в точке плоскости Ψ .

□ Найдите точку B пересечения установленной ПСК с отрезком n (или другой прямой плоскости Ψ). Для этого достаточно построить ортогональную проекцию отрезка n на плоскость ПСК и найти пересечение отрезка c с его проекцией (см. разд. 2.2).

□ Постройте отрезок c из точки $(0,0)$ в найденную точку B .

□ Скопируйте отрезок c в точку A – найденный отрезок d является искомым.

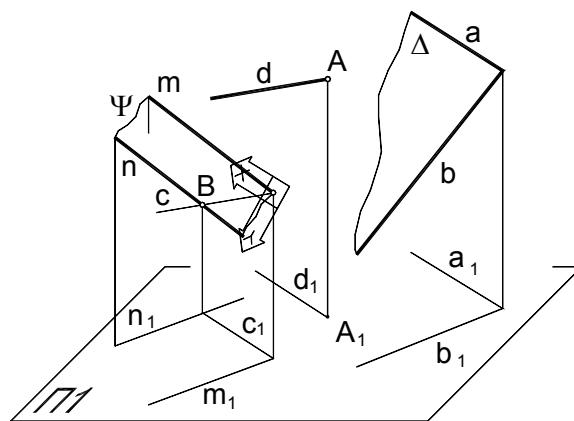


Рис. 18

Алгоритм решения 2

Более “интеллектуальный” алгоритм решения данной задачи основан на косоугольном проецировании (см. разд. 2.4).

□ Применив опцию **Zaxis** (*Zось*), установите ПСК перпендикулярно отрезку b .

□ Командой ПР2 из программы project.lsp спроецируйте отрезок a вдоль отрезка b на плоскость Ψ – получен отрезок линии пересечения плоскостей Ψ и Δ .

□ Скопируйте или перенесите отрезок линии пересечения в точку A – задача решена.

Проверка решения.

Необходимо доказать, что найденный отрезок d параллелен исходным плоскостям Ψ и Δ . Проверку выполните, как рассмотрено в разд. 2.6.

3.5.2. Построить прямую, проходящую через точку A на заданном расстоянии от точки B и пересекающую прямую m (рис. 19)

Анализ задачи

Искомая прямая должна удовлетворять двум условиям. Для того, чтобы прямая проходила через точку A и пересекала прямую m , она должна принадлежать плоскости, задаваемой указанными точкой и прямой; назовем эту плоскость Δ (рис. 20). Для того, чтобы расстояние от искомой прямой до точки B составляло заданную величину R , прямая должна быть касательной к сфере с центром в точке B и радиусом R . Двум условиям одновременно удовлетворит прямая, проведенная из точки A и являющаяся касательной к линии пересечения указанной сферы и плоскости Δ . Если пересечение реализуется, то задача имеет два ответа – это касательные a и b из точки A к окружности линии пересечения.

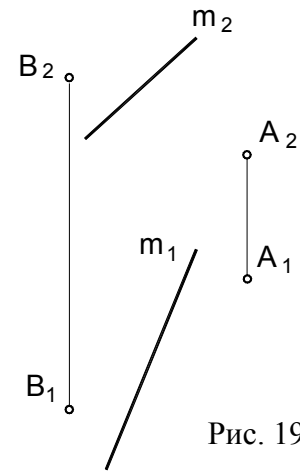


Рис. 19

Схема решения задачи

- ☐ Построить сферу заданного радиуса с центром в точке B . Пусть $R=25$.
- ☐ Установить ПСК по трем точкам – двум концам отрезка m и точке A .
- ☐ Построить сечение сферы плоскостью ПСК.
- ☐ Провести касательные из точки A к окружности сечения, которые являются искомыми прямыми.

Исходные данные

- ☐ Откройте новый файл.
- ☐ Нанесите на исходном чертеже (рис. 19) оси системы отсчета, измерьте координаты и постройте исходные точки A и B , отметив их маркерами, и отрезок m .

Пусть координаты точек соответствуют следующим значениям:

- ☐ Point \ 95, 64, 30 \ 52, 32, 46.
- ☐ line \ 53, 0, 31 \ 81, 70, 58.

Решение задачи

Построим сферу радиусом 25 с центром в точке B :

- ☐ **Draw \ Solids \ Sphere \ Центр:** включите объектную привязку *Node (Узел)* и укажите маркер точки B \ Радиус: 25.

Результат: построена сфера, заданная каркасом (рис. 21).

- ☐ Установите ПСК в плоскость, заданную конечными точками отрезка m и точкой A .

Результат: знак ПСК принял положение, показанное на рис. 21.

Выполним сечение сферы плоскостью ПСК:

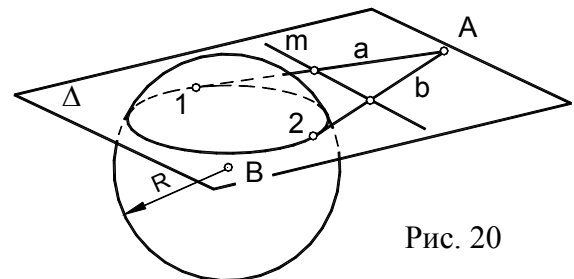


Рис. 20

- **Draw \ Solids \ Section ** указать опцию XY \ ПЩ.

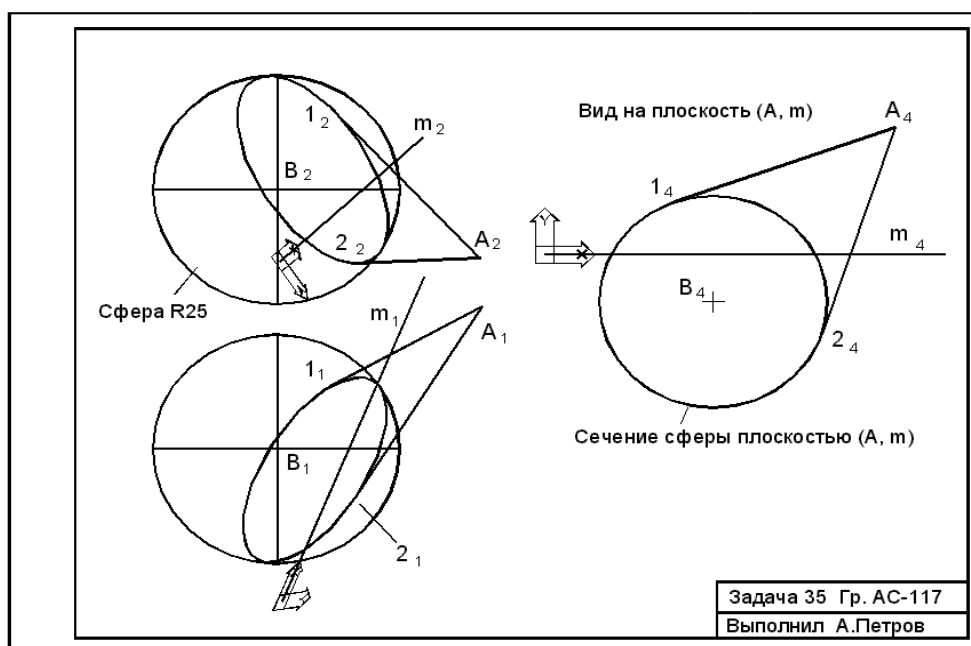


Рис. 21

Результат: построено сечение сферы.

Заменяем аксонометрическое изображение видом в плане ПСК:

- глобально заморозьте слои с именами П1 и П2;
- активизируйте окно аксонометрии;
- перенесите сферу на другой слой и избирательно заморозьте этот слой в данном окне – изображение сферы в текущем окне исчезло, в остальных сохранено;
- **View \ 3D Views \ Plan View \ Current.**

Результат: сечение сферы показано в истинном виде как окружность (см. рис. 21).

Построим искомые отрезки как касательные к окружности сечения, проведенные из точки А:

- **line ** объектной привязкой Node (Узел) указать точку А \ объектной привязкой Tangent (Касательная) указать окружность сечения.

Результат: построен первый отрезок касательной. Для построения второго отрезка необходимо в качестве второй его точки указать окружность с другой стороны.

Проверка решения

Убедитесь, что расстояние от найденных отрезков до центра сферы равно 25:

- **Tools \ Inquiry \ Distance;**
- с объектной привязкой Node (Узел) укажите точку В \ с объектной привязкой Perpendicular укажите один из найденных отрезков \ Нажмите клавишу F2.

Результат: экран перешел в текстовый режим, приведено расстояние между указанными точками, которое должно быть равно 25.

- ☐ Определите расстояние между точкой В и вторым отрезком.

Оформление задачи – показано на рис. 21.

3.5.3. Построить плоскость, удаленную от точек А, В, С, на расстояние 20, 10, 5 мм соответственно.

Пусть точки заданы координатами $A(0,0,0)$, $B(22,28,22)$, $C(45,14,0)$.

- ☐ Откройте новый файл.
- ☐ Нанесите на исходном чертеже (рис. 22, а) оси системы отсчета, измерьте координаты точек.
- ☐ Постройте исходные точки, отметив их маркерами.

Анализ задачи

Искомая плоскость должна быть касательная к трем сферам, центры которых расположены в заданных точках, а радиусы равны соответствующим расстояниям (рис. 22, б). Для нахождения такой плоскости необходимо построить два конуса вращения, каждый из которых описан вокруг двух сфер. Одна сфера является общей. Искомая плоскость будет касательной к построенным конусам. В варианте, приведенном на рис. 22, б, в, возможны два решения: плоскость, заданная точками S, S', K, и плоскость S, S', K', где S, S' – вершины конусов, а K, K' – точки пересечения окружностей оснований конусов. Возможен вариант с внутренним расположением вершин касательных конусов, показанный на рис. 22, г, и комбинированные варианты с внутренним и внешним расположением вершин. В итоге, максимальное количество плоскостей, отвечающих поставленным условиям, равно восьми.

Решение задачи

Приведем решение для внешнего расположения вершин конусов (см. рис. 22, в).

- ☐ Установите ПСК в плоскость точек А, В, С.
- ☐ Постройте окружности с центрами в точках А, В, С и радиусами 20, 10, 5 мм соответственно.
- ☐ Применяя объектную привязку *Касательная*, постройте отрезок 1-2.
- ☐ Постройте отрезок осевой линии АВ.
- ☐ Удлините отрезки 1-2 и АВ до взаимного пересечения и найдите вершину S первого конуса.
- ☐ Опустите перпендикуляр из точки 1 на ось АВ – отрезок 1-3.
- ☐ Постройте конус как solid вращением треугольника (S,1,3).
- ☐ Подобным образом найдите образующую 4-5 и вершину S' второго конуса. Вращая треугольник (S',4,6), постройте второй конус.
- ☐ Объедините конусы командой **UNION** и получите линию их пересечения, по которой с помощью объектной привязки можно определить точки K или K'.

Возможно более рациональное, хотя и менее наглядное решение, при котором строятся только окружности оснований конусов, а точки K и K' находятся как пересечение этих окружностей.

Проверка решения

Установите ПСК в плоскость найденных точек S, S', K или S, S', K' . Командой LIST определите Z-координаты точек A, B, C – они должны быть равны заданным значениям.

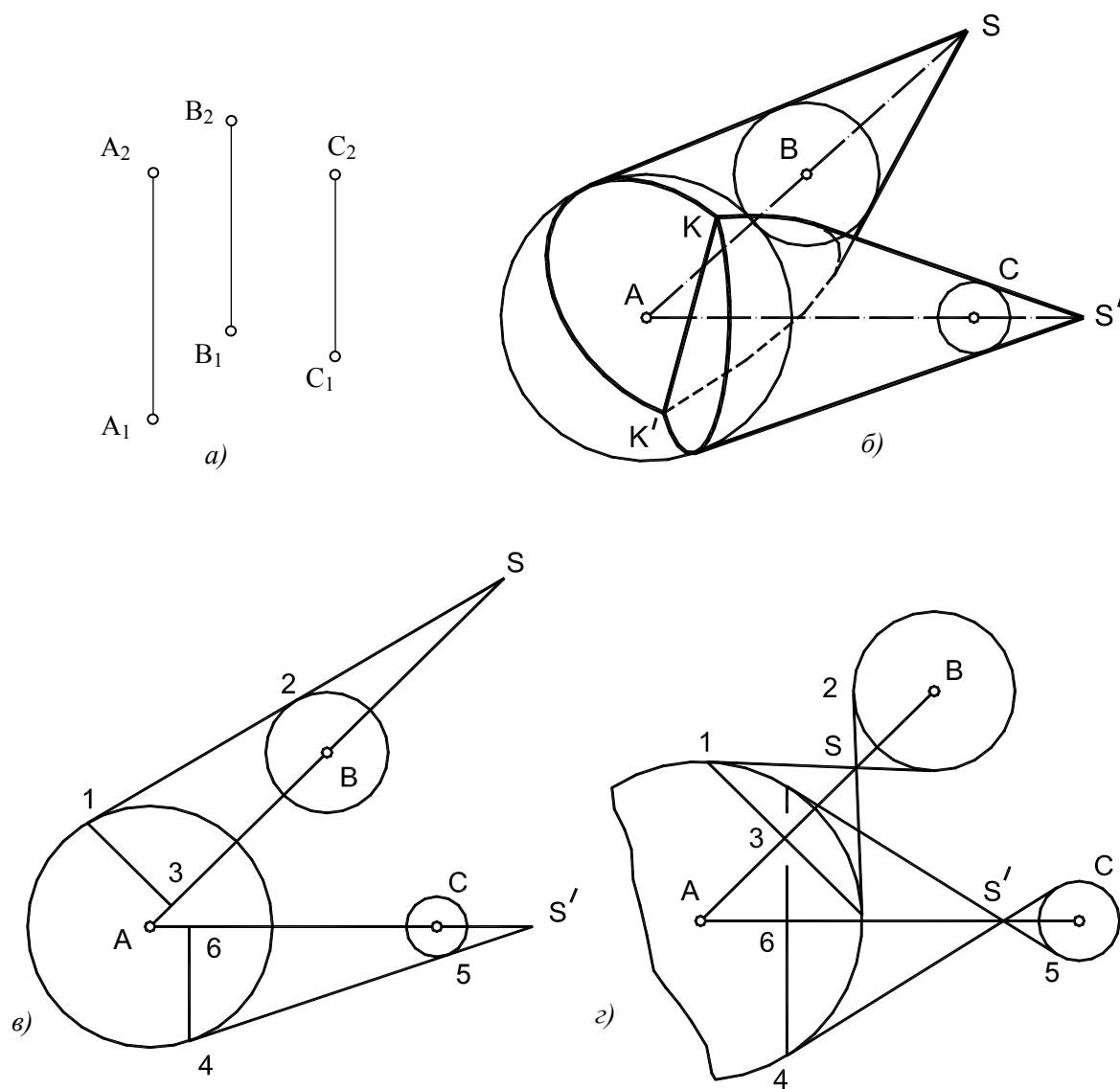


Рис. 22

3.6. Расстояние и угол между скрещивающимися прямыми

Пусть требуется найти отрезок d как кратчайшее расстояние между отрезками двух скрещивающихся прямых a и b (рис. 23). Решение может быть выполнено по следующему алгоритму.

□ Постройте отрезок a' , параллельный отрезку a и пересекающий отрезок b . Построение нужно выполнить копированием отрезка a , взяв за базовую точку какую-либо точку этого отрезка, а за вторую точку – одну из точек отрезка b . Точки нужно указывать одной из объектных привязок *Конечная*, *Ближайшая*, *Середина*. Плоскость, заданную отрезками a' и b , назовем δ .

□ Постройте отрезок a'' как ортогональную проекцию исходного отрезка a на плоскость δ . Отрезок a'' должен пересекать отрезок b в точке K . Если отрезки не пересекаются, необходимо командой **EXTEND** (*Удлини*) удлинить отрезки a'' и b или один из них до взаимного пересечения или определить точку K их условного пересечения объектной привязкой *Apparent Intersection*.

□ Применив объектную привязку, опустите перпендикуляр из точки K на отрезок a . Найденный перпендикуляр будет искомым отрезком d .

Проверка решения

Установите ПСК так, чтобы ее ось Z была направлена вдоль найденного отрезка d :

□ **ucs \ za ** объектной привязкой укажите конечные точки отрезка d ;

□ **list ** укажите отрезки a и b .

Результат: выведены координаты отрезков относительно установленной системы координат. Для каждого из них должно быть сообщение *Delta Z = 0.00*, то есть отрезки параллельны плоскости ПСК или перпендикулярны найденному отрезку d , что подтверждает правильность полученного решения.

Расстояние между заданными прямыми может быть определено командой **LIST** как длина отрезка d .

Угол между скрещивающимися прямыми – это угол между пересекающимися прямыми, соответственно параллельными заданным скрещивающимся. Так, угол между скрещивающимися прямыми a и b (см. рис. 23) определяется как угол β между пересекающимися прямыми a' и b , или a'' и b . Определение угла между пересекающимися прямыми рассмотрено в разд. 2.6.2.

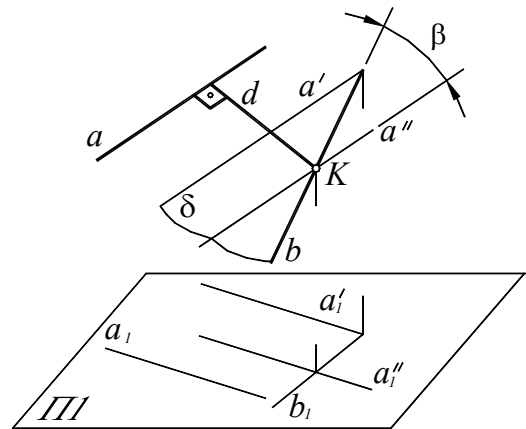


Рис. 23

4. ПОСТРОЕНИЕ КРИВЫХ ЛИНИЙ

4.1. Построение эвольвенты окружности

Профили поверхностей, основанные на эвольвенте окружности, имеют широкое распространение в технике, например, эвольвентное зацепление в зубчатых и червячных передачах, шлицевые соединения.

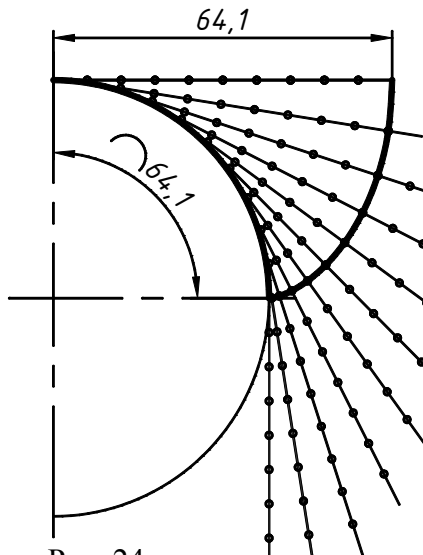


Рис. 24

Построить эвольвенту можно различными способами. Рассмотрим наиболее простой способ (рис. 24).

- Выделим участок дуги окружности, например, $1/4$ окружности и определим ее длину командой **_dimarc**.
 - В конечной точке дуги построим касательный отрезок длиной, равной длине дуги, и командой **_divide** (поделить) разделим отрезок на n частей. Предварительно установим вид маркера точки.
 - Командой **_array** (круговой массив), указав в качестве центра массива центр дуги и угол -90° , распределим по дуге отрезок с маркерами в количестве $n+1$.
 - Командой **_spline** соединим точки сплайном, как показано на рис. 24.
- Практически с любой точностью можно построить эвольвенту окружности, если воспользоваться специальной программой на автолиспе. Данную программу (evol.lsp) можно найти в директории группы или ее можно скопировать у преподавателя.

4.2. Построение фокусов и директрис эллипса

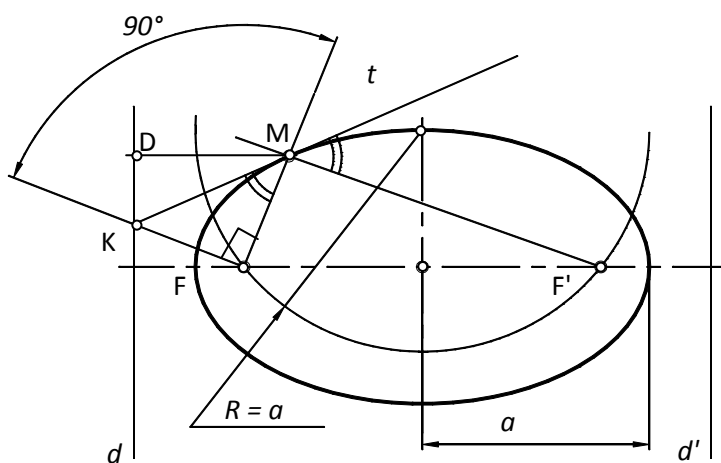


Рис. 25

Для построения эллипса в пакете AutoCAD имеется специальная команда **_ellipse**, которая позволяет построить эллипс по большой оси $2a$ и малой полуоси b или по центру и полуосям a , b . Обычно используют два основных определения эллипса (рис. 25):

1. Эллипс есть множество таких точек M , для которых сумма расстояний MF и MF' до двух фиксированных точек (фокусов) F и F' постоянна.

2. Эллипс есть множество таких точек M , для которых отношение расстояния MF к расстоянию MD до фиксированной прямой d (директрисы) равно постоянной величине (эксцентриситету) $\varepsilon < 1$.

Расстояние между фокусами ($2c$) связано соотношением $c^2 = a^2 - b^2$, а постоянная сумма $MF + MF' = 2a$. Поэтому, если даны оси эллипса, то его **фокусы** находят в пересечении большой оси с окружностью радиуса a (большая полуось) с центром в конце малой оси. **Касательную** t к эллипсу строят на том основании, что она образует равные углы с фокальными радиусами MF и MF' . Для нахождения **директрисы** d , из фокуса F восстанавливают перпендикуляр FK к фокальному радиусу FM . Точка K , пересечения перпендикуляра с касательной t , лежит на директрисе d , параллельной малой оси эллипса.

4.3. Построение фокусов и директрис гиперболы

Гиперболу рационально построить как сечение solid-конуса плоскостью, параллельной двум его обра-

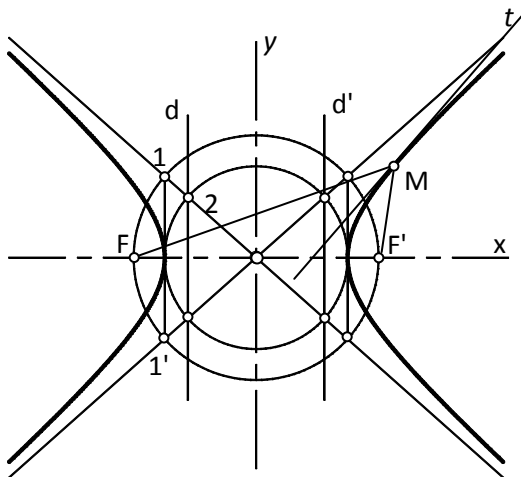


Рис.26

зующим. Для нахождения фокусов F и F' проведем касательную $1-1'$ к вершине гиперболы (рис. 26). Через точки $1, 1'$, пересечения касательной с асимптотами, из центра гиперболы построим окружность, пересечение которой с действительной осью x , дает **фокусы** F и F' .

Директрисы гиперболы d и d' параллельны мнимой оси y и проходят через точки (на рис. 26 приведена только одна точка 2) пересечения асимптот с окружностью. Данная окружность с центром в центре гиперболы проходит через ее вершины.

Касательную t к гиперболе в точке M можно построить как биссектрису угла FMF' , образованного фокальными радиусами FM и $F'M$.

4.4. Построение касательной, фокуса и директрисы параболы

Параболу можно получить сечением solid-конуса плоскостью, параллельной одной образующей. Определяют параболу как множество точек, равноудаленных от точки (фокуса F) и прямой (директрисы d), $MF = MD$ (рис. 27).

Построение касательной:

- строят ряд параллельных хорд $a, b, \dots$;
- через середины хорд проводят прямую (диаметр) до пересечения с параболой;
- в точку K , пересечения диаметра с параболой, копируют одну из хорд, которая и будет касательной t к параболе.

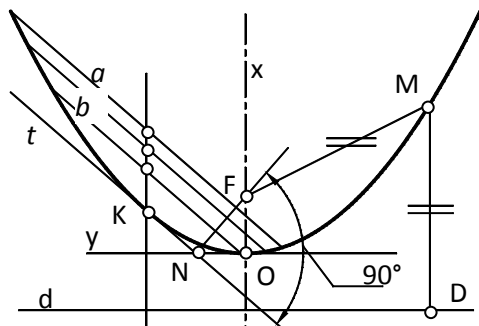


Рис. 27

Для нахождения фокуса параболы используем следующее ее свойство: основания перпендикуляров, опущенных из фокуса параболы на ее касательные, лежат на вершинной касательной.

Построение фокуса и директрисы:

- находят точку N пересечения касательной t с вершинной касательной y ;
- из точки N восстанавливают перпендикуляр NF к касательной t ;
- точка F , пересечение перпендикуляра с осью x , и будет фокусом искомой параболы;
- на расстоянии $|FO|$ (параметр « p » параболы), параллельно касательной y , проводят директрису параболы d .

5. ПОСТРОЕНИЕ ВИНТОВЫХ И ЛИНЕЙЧАТЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

5.1. Построение геликоидов

Прямой геликоид (рис. 28, *а*) возникает, если отрезок m скользит по гелисе h и пересекает ось i гелисы под прямым углом. Эта поверхность является рабочей поверхностью прямоугольной резьбы (рис. 28, *б*), содержащей верхний H и нижний H' прямые геликоиды. Построить наглядную модель прямого геликоида можно следующим образом. Командой **HELIX** строим три витка цилиндрической гелисы с радиусом 40 мм и высотой витка также 40 мм. Из начальной точки

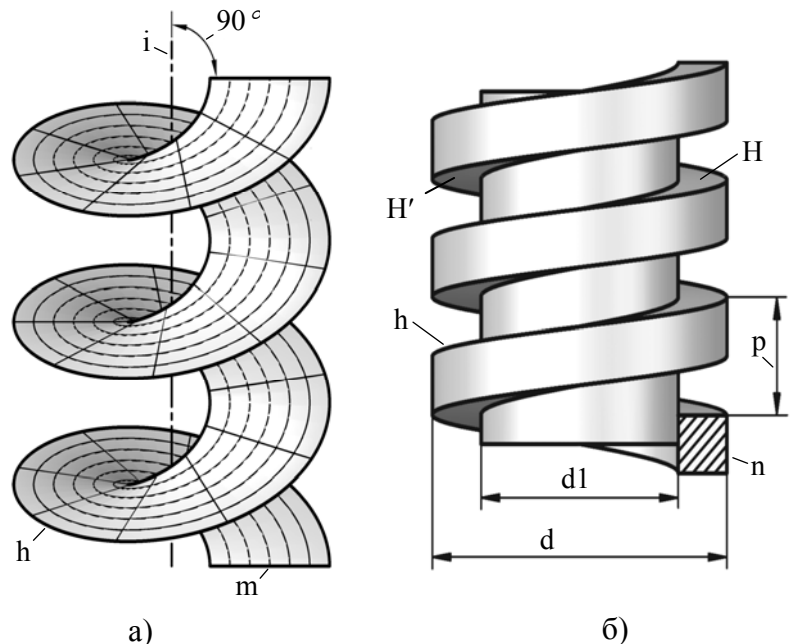


Рис. 28. Прямой геликоид (*а*) и прямоугольная резьба (*б*)

гелисы опускаем перпендикуляр m на ее ось i . Чтобы избежать самопересечения поверхности, недопустимого для применяемых далее команд **SWEEP** и **THICKEN**, а также повысить качество наглядной визуализации, перпендикуляр m необходимо “подрезать” у оси гелисы

на $\delta = 0.1 \dots 10 \text{ мм}$ (команды **TRIM**, **BREAK**).

Для приведенных моделей (рис. 28, *a* и 29, *a, б*) принято $\delta = 8 \text{ мм}$. Далее применяем команду **SWEEP** (СДВИГ) с опцией **Align / No** (Не выравни- вать), указав в качестве объекта сдвига отрезок m и направление сдвига – гелису h .

Возникшую после сдвига сетевую поверхность командой **THICKEN** преобразуем в solid-объект, задав поверхности толщину $0.001 \dots 0.1 \text{ мм}$.

Наклонный (Архимедов) геликоид (рис. 29, *a, б*) образуется, когда от- резок m , скользя по гелисе h , пересекает ее ось i под углом $\alpha \neq 90^\circ$. После- довательность построения модели наклонного геликоида та же, что прямо- го.

Для модели метрической резьбы (рис. 29, *в*) следует задать значение угла $\alpha = 60^\circ$. Наклонный геликоид – рабочая поверхность резьб треуголь- ного и трапецидального профиля, например, геликоиды H и H' . Он же является рабочей поверхностью Архимедова червяка.

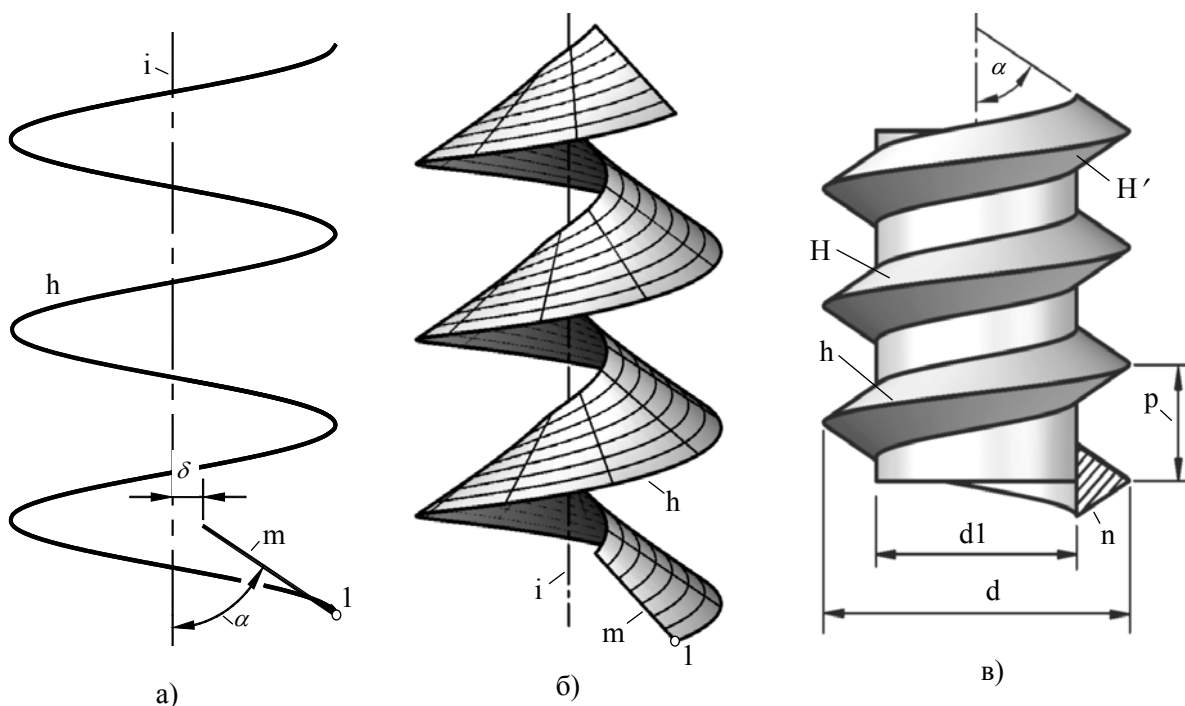


Рис. 29. Наклонный геликоид (*a, б*) и резьба треугольного профиля *в*)

Спираль Архимеда

В сечении наклонного геликоида плоскостью, перпендикулярной его оси, возникает спираль Архимеда. Для знакомства с этой замечательной кривой постройте закрытый геликоид (рис. 30), задав значение $\delta = 0.1 \dots 0.5$ мм и толщину 0.001. Затем постройте сечение командой **SECTION** или **SECTIONPLANE** и получите один виток спирали s . Для получения многovitковой спирали Архимеда нужно в несколько раз уменьшить шаг гелисы.

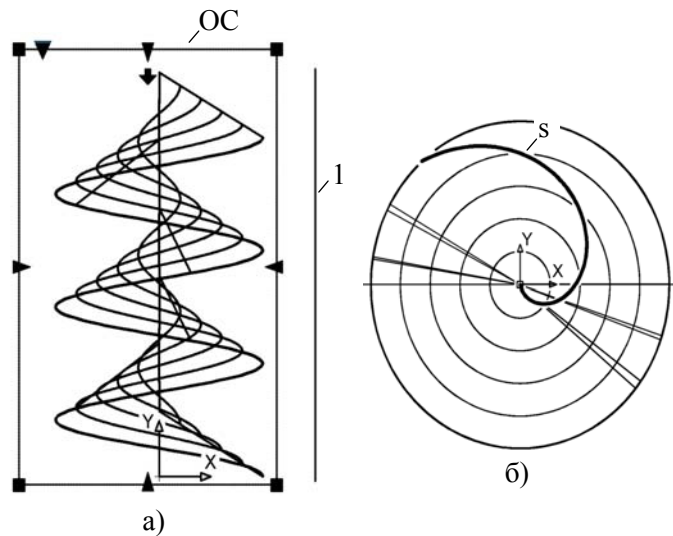


Рис. 30. Спираль Архимеда

a – каркас наклонного геликоида и объект сечение OC команды **SECTIONPLANE**; b – 3d-псевдоразрез

Эвольвентный геликоид (торс)

Эвольвентный геликоид имеет большое практическое применение в технике и архитектуре. Это линейчатая поверхность, возникающая в результате движения прямой линии b по цилиндрической винтовой линии – гелисе h (рис. 31). При движении образующая прямая остается касательной к направляющей.

Для создания геликоида в качестве его направляющей построим один виток цилиндрической гелисы h (рис. 31, a) с радиусом оснований $r = 30$ и произвольно заданной высотой $H = 120$. Направление гелисы зададим по часовой стрелке:

□ перейдите в видовое окно вида сверху; включите МСК; включите режим ortho;

circle / 0,0 / 30 – получена окружность c , основание геликоида;

□ **helix** / 0,0 – центр нижнего основания / 30 – радиус нижнего основания / 30 – радиус верхнего основания / **tWist** – направление вращения / **CW** – по часовой стрелке / **Turns** – количество витков / 1 / **turn Height** – высота витка / 120 – построена гелиса с центром в точке (0,0), началом в точке 1, расположенной на оси X.

Для построения касательной определим угол подъема гелисы:

$\alpha = (180/\pi) \times \arctg(H/2\pi \times r)$. Для принятых параметров геликоида получим $\alpha = 32.4816^\circ$.

Построим образующую прямую, касательную к гелисе в ее начальной точке 1. Длину отрезка образующей зададим по 130 мм в обе стороны от точки 1:

□ **ucs** / *za* / укажите точку 1 / укажите точку O – установлена система координат, в которой ось X направлена по касательной к окружности *c*, ось Y направлена вверх, параллельно оси создаваемой гелисы и геликоида;

□ **line** / 0,0 / $-130 < 32.4816$ – построен отрезок нижней образующей *b*;

□ **line** / 0,0 / $130 < 32.4816$ – построен отрезок верхней образующей *b'*.

Для предотвращения самопересечения обрежем образующие на 0.01 мм, применив вспомогательную окружность:

□ **circle** / 0,0 / 0.01;

□ **zoom** / увеличьте изображение вблизи точки 1;

□ **trim** / укажите окружность в качестве режущей кромки / укажите концы отрезков *b*, *b'* внутри режущей окружности;

□ сотрите вспомогательную окружность.

Для получения торса как solid-объекта, первоначально формируем сетевую поверхность, затем придадим ей толщину:

□ **sweep** / укажите обе образующие *b* и *b'* / Base point – при большом увеличении

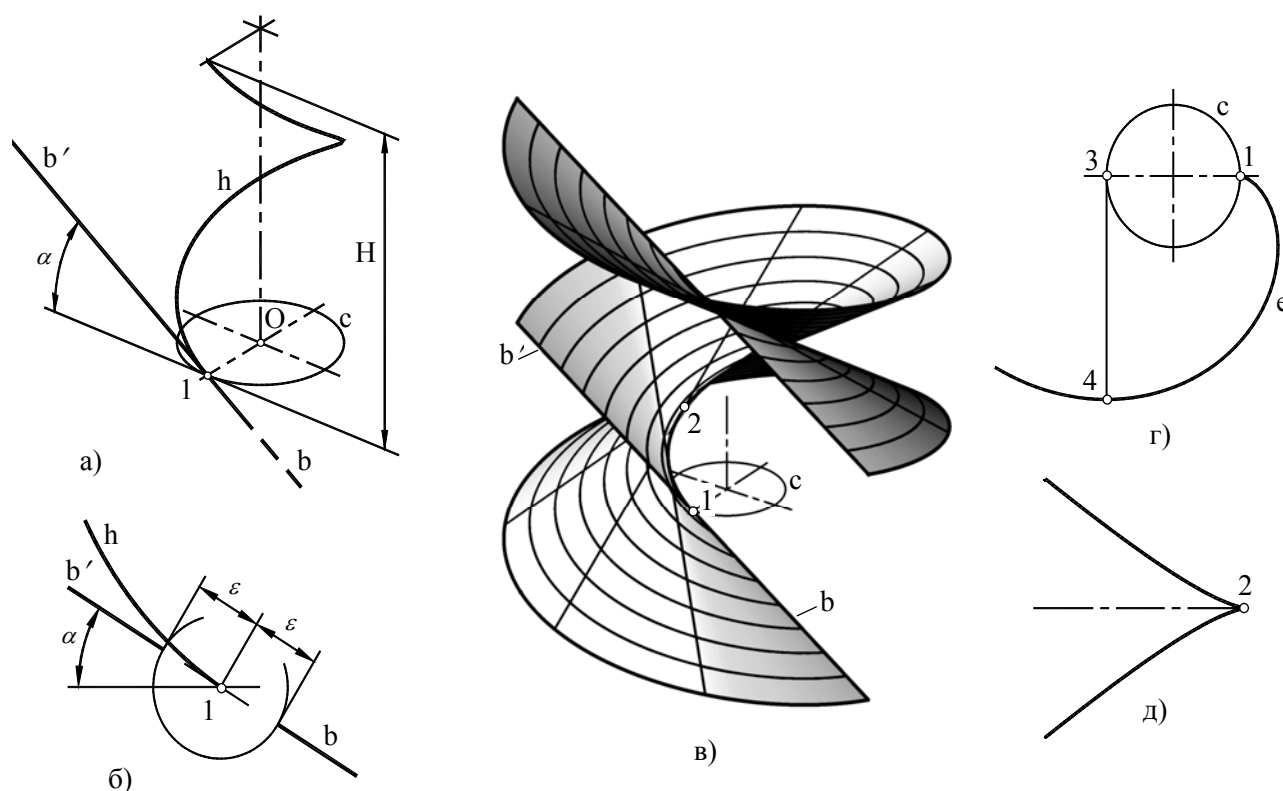


Рис. 31. Эвольвентный геликоид: *a* – направляющая гелиса и образующая прямая; *b* – “технический” разрыв образующей вблизи точки касания; *c* – торсовая поверхность; *d* – эвольвента; *e* – сечение, перпендикулярное гелисе

укажите начальную точку гелисы 1 либо при установленной ПСК введите 0,0 / Alignment / N / укажите гелису как направляющую – получена сетевая поверхность (рис. 31, *e*), содержащая верхнюю и нижнюю части;

□ **thicken** / укажите обе части поверхности / 0.0001 – толщина объекта – получен solid-объект;

□ переместите полученный solid-объект на новый слой. Все предыдущие объекты скройте (“заморозьте”).

Рассмотрим некоторые свойства полученной поверхности. Поверхность содержит две части (“полы”). Нижняя часть сформирована движением образующей b , верхнюю часть создает образующая b' . Поверхность имеет два характерных сечения. Первое – эвольвента (рис. 31, δ). Она возникает при сечении любой плоскостью, перпендикулярной оси геликоида (оси гелисы). Чтобы эвольвента исходила из точки 1, сечение нужно построить через эту точку. В нашем примере такой плоскостью является плоскость XY МСК, которая рассечет по эвольвенте нижнюю часть геликоида:

□ **ucs** / w;

□ **section** / укажите нижнюю часть объекта / XY / 0,0 / - построено сечение как объект типа *Region*.

Кроме эвольвенты характерным сечением эвольвентного геликоида, как представителя торсовых поверхностей, является его сечение плоскостью, перпендикулярной направляющей гелисе (см. рис. 31, δ). Такое сечение можно построить в произвольной точке 2 гелисы:

□ **ucs** / za / с объектной привязкой Nea указать на гелисе точку 2 и близко расположенную к ней точку – задана секущая плоскость как ПСК;

□ **section** – построить сечение геликоида плоскостью XY.

5.2. Построение линейчатых поверхностей второго порядка

Построение модели гиперboloида вращения

Наиболее простой способ построения 3d-модели гиперboloида, заданного осью и скрещивающейся с ней прямолинейной образующей, – это использование команды *loft*:

□ определяем кратчайшее расстояние между скрещивающимися прямыми l и i (рис. 32, а);

□ делим образующую l по обе стороны от кратчайшего расстояния на равные части и опускаем из точек деления перпендикуляры на ось i ;

□ перемещая начало ПСК по основаниям перпендикуляров на оси i , строим ок-

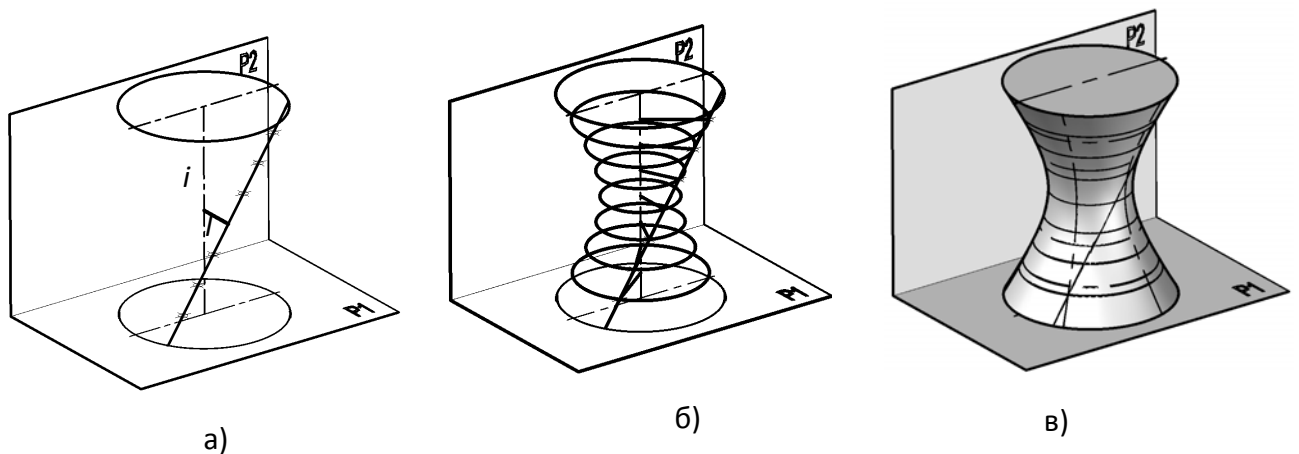


Рис. 32

ружности с радиусами, равными соответствующим перпендикулярам (рис. 32, б);

□ **loft** / указываем по порядку окружности / в результате получаем solid-модель гиперболоида вращения (рис. 32, в).

Построение косой плоскости

Косая плоскость (гиперболический параболоид) является линейчатой поверхностью и может быть построена как solid-объект на пространственном четырехугольнике с вершинами в точках 1...4 (рис. 33, а). Приведем пример построения.

- Командой **_line** (отрезок) постройте пространственный четырехугольник:
- 7,37,60 \ 50,8,3 \ 94,37,60 \ 50,67,3 \ **_close** (замкнуть).
- Активизируйте команду **_loft** (по сечениям) и укажите в качестве сечений отрезки |2, 3|, |1, 4|, а отрезки |1, 2|, |4, 3| примите за направляющие (равноценно будет, если сечения и направляющие поменяем местами).
- Возникшую поверхность **loftedsurface** преобразуем командой **_Thicken** в solid-объект, придав ей толщину, например, 0,1...0,01 мм (рис. 33, б).

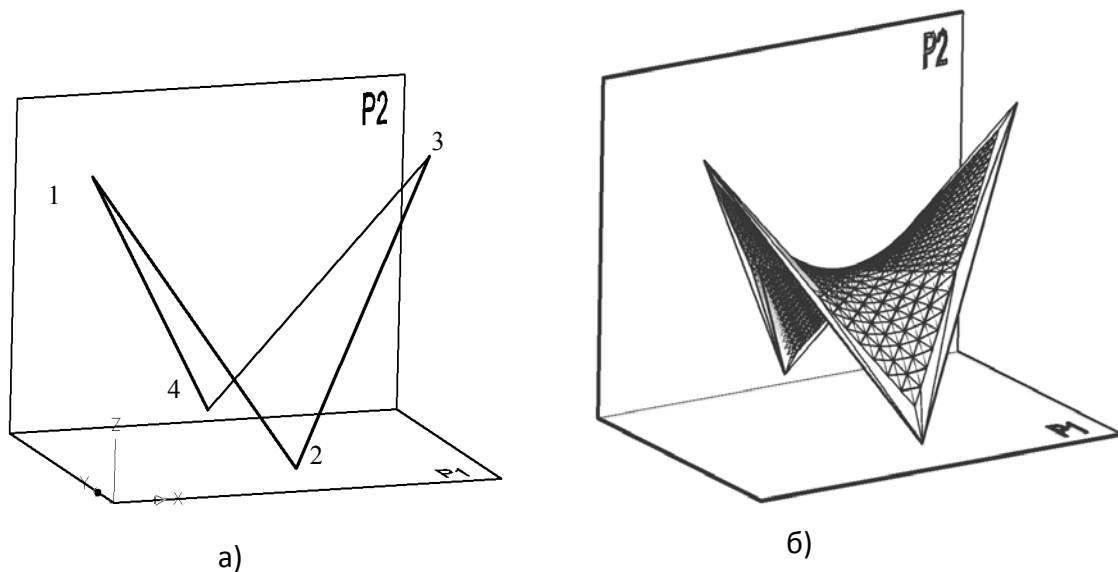


Рис. 33

6. 3D-ТЕХНОЛОГИЯ ПОСТРОЕНИЯ ЧЕРТЕЖА

По 3D-технологии сначала создается компьютерная трехмерная модель объекта, затем на ее основе строят чертеж как сочетание необходимых

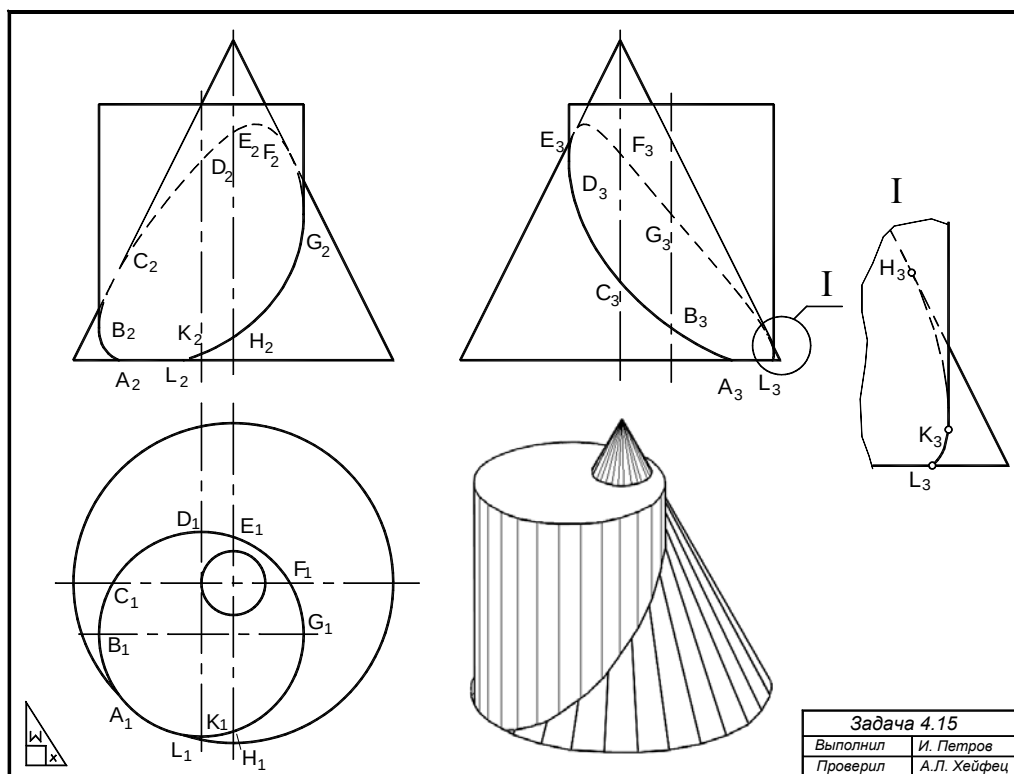


Рис. 34

проекций этой модели, причем, построение проекций в значительной мере автоматизировано. В этой главе показан пример построения чертежа. Все необходимые настройки определены в прототипе proto.

6.1. Модель объекта

Пусть требуется построить чертеж конуса и цилиндра и отобразить линию их пересечения (рис. 34). Строим модель объекта.

- ❑ Откройте новый рисунок с прототипом proto (см. разд. 3.1).
- ❑ Перейдите в окно вида сверху или аксонометрии.
- ❑ Задайте цвет конуса, например, синий.
- ❑ **Draw \ Solids \ Cone ** <Центральная точка> 50, 35 \ <Радиус> 25; <Высота> 50 – построен конус.
- ❑ Задайте цвет цилиндра, например, зеленый.
- ❑ **Draw \ Solids \ Cylinder ** <Центральная точка> 45,27; <Радиус> 16; <Высота> 40.

Для построения линии пересечения тел выполним их объединение.

- Задайте красный цвет для линии пересечения.
- **Modify** \ Boolean \ Union \ последовательно укажите объединяемые объекты \ ПЩ.

Результат: построен единый объект с линией пересечения входящих в него элементов (рис. 35). Объект изображен условно в так называемой кар-касной форме. Объект отображен во всех видовых окнах, то есть, получены виды спереди, слева, сверху и аксонометрия.

Выполните корректировку изображений в окнах согласно рис. 35 в следующей последовательности.

- Командами **ZOOM** (Покажи) и **PAN** (Панорама) добейтесь, чтобы изображения

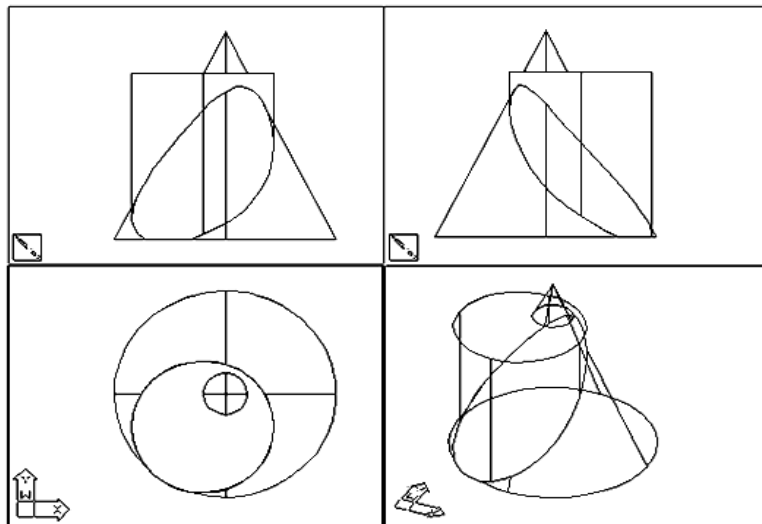


Рис. 35

занимали основную часть окон.

- Командой **MVSETUP** восстановите проекционную связь между видами спереди, сверху, слева.

- В окне аксонометрии заморозьте слои, содержащие образы координатных плоскостей.

- Командой **HIDE** (Скрой) удалите невидимые линии в окне аксонометрии или во всех окнах. Это позволит нагляднее представить полученную

модель. Можно выполнить тонированную визуализацию командой **SHADE**, опция Gouraud+edges и осмотреть объект средством **3DORBIT**.

6.2. Построение проекций

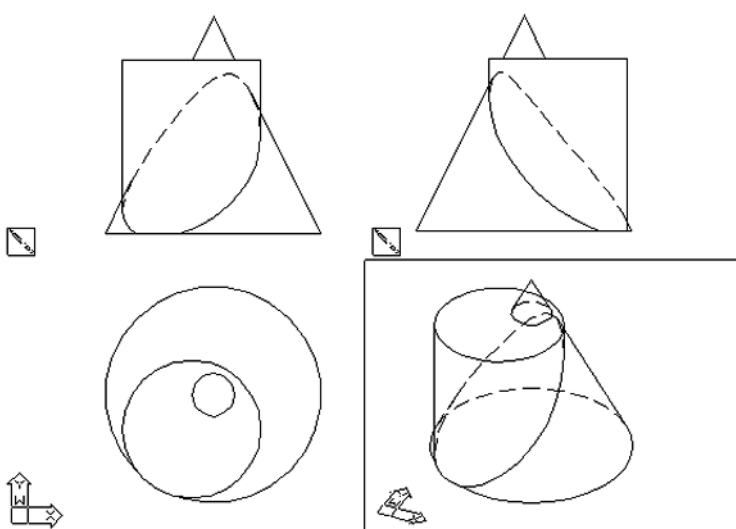


Рис. 36

Существует несколько вариантов построения проекций по пространственной модели объекта. Применим вариант, основанный на команде **PROFILE**. Детальное изложение этого варианта, а также другие варианты построения проекций Вы можете найти в учебном пособии [4, гл. 7, 8].

Команда **PROFILE** строит проекции линий видимого и невидимого кон-

тура на плоскость вида. Проекция располагается на разных слоях, которые команда предварительно сама создает. Имена создаваемых слоев начинаются на PV (здесь располагаются линии видимого контура) и PH (слои с линиями невидимого контура). Присваивая указанным слоям различный цвет или тип линий, можно повысить наглядность чертежа.

Построим проекции в окне вида спереди.

- Активизируйте указанное окно (двойной щелчок по окну).
- **Draw \ Solids \ Setup \ Profile ** укажите объект \ согласитесь с возникающими предложениями.

Результат: проекция построена, но созданный профиль совпадает с изображением объекта.

Чтобы увидеть результат действия команды, необходимо заморозить в окне слой, содержащий исходный объект. Замораживание должно быть избирательным, чтобы объект не исчез в остальных окнах.

- Избирательно заморозьте слой, содержащий пространственную модель.

Результат: в окне вида спереди получена проекция с линиями видимого и невидимого контура; последний показан прерывистой линией.

Повторите указанные действия во всех окнах (рис. 36).

6.3. Оформление чертежа

Дальнейшее оформление чертежа выполняется в пространстве листа. Образец приведен на рис. 34. Пояснения можно найти в работе [4] и справочной службе пакета.

- Укажите кнопку PAPER-MODEL внизу экрана, убедитесь в наличии пиктограммы пространства листа. Проведите осевые линии. Для этого перейдите на созданный в прототипе слой *Оси*, на котором установлен тип линии *Center*. Обозначьте проекции опорных точек.

- Чертеж будет гораздо нагляднее, если в окне аксонометрии выполнить наглядную визуализацию одной из команд HIDE, SHADEMODE, RENDER.

- Придайте линиям видимого контура толщину. Придайте линиям различный цвет. Сохраните для отчета изображение экрана в виде слайда, выполненного в пространстве листа. Можно применить другие растровые форматы, предусмотренные в AutoCAD'e.

“Графический микроскоп”

Линию пересечения можно рассмотреть и показать в дополнительном видовом окне при многократном увеличении. Это позволит подробно “как под микроскопом” уточнить характер линии в области скопления опорных точек и исследовать закономерности пересечения объектов. Пример подобного исследования приведен на рис. 34, где подробно показан фрагмент профильной проекции линии пересечения, а также на рис. 2, б.

Создание дополнительного видового окна выполните в следующей последовательности.

- Перейдите в пространство листа. Разморозьте слой, на котором в прототипе помещены рамки видовых окон, и перейдите на этот слой. Новое окно сначала создайте вне границ существующих окон. Позднее его можно будет расположить поверх. Для

этого командами PAN и ZOOM сместите все изображение на экране или раздвиньте его границы. Примените команду VPORTS и укажите рамку нового окна.

□ В новом окне выберите видовую точку, масштаб отображения, позволяющие передать исследуемые особенности линии пересечения. Получите проекцию исследуемого фрагмента командой SOLPROF.

□ Задайте окончательное положение нового видового окна. Изображение можно оформить как выносной элемент, заморозив рамки видовых окон и изобразив на листе линию обрыва (см. рис. 34).

6.4. Построение моделей выдавливанием контура

Рассмотрим построение модели к задаче 5.1, б (см. условия задачи). Модель содержит правильную пятиугольную пирамиду с вертикальной осью и призму, основанием которой является неправильный четырех-

угольник, а грани перпендикулярны профильной плоскости проекции. Оба объекта могут быть построены командой EXTRUDE выдавливанием контура основания.

□ Откройте новый файл с прототипом proto.

□ Активизируйте окно вида сверху.

□ Перенесите начало координат приблизительно в среднюю точку окна вида сверху:

□ `ucs \ o \ 55,35`.

□ Нанесите на чертеже систему координат, поместив ее начало в центр основания пирамиды.

Построим основание пирамиды как правиль-

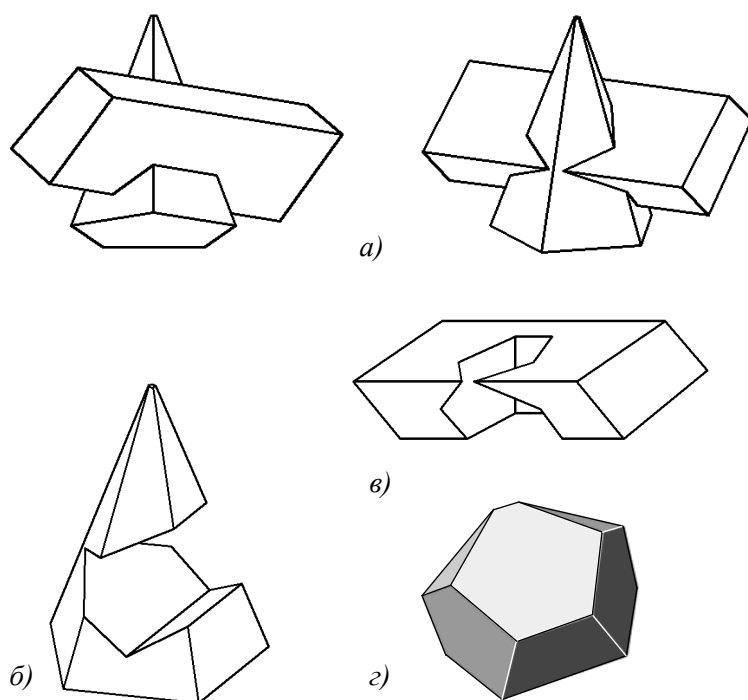


Рис. 37

ный пятиугольник, вписанный в окружность радиусом 25. Пирамиду получим выдавливанием основания на высоту 64. Угол выдавливания составляет 17° . Он определяется наклоном граней пирамиды к ее оси и может быть измерен по профильной проекции как угол между осью пирамиды и профильно-проецирующей гранью.

□ Задайте цвет пирамиды;

□ `polygon \` Количество углов 5 \ Центральная точка 0,0 \ Вписанный в окружность – введите I (Inscribed) \ Радиус окружности 25 – построен правильный пятиугольник.

□ `extrude \` укажите основание \ ПЦ \ высота 64 \ угол 17 – пирамида построена.

Для построения призмы важно правильно задать систему координат в окне вида слева.

- ❑ Активизируйте окно вида сверху, ПСК которого берется за основу.
- ❑ **ucs** \ а (опция Apply) \ а (опция All) – ПСК окна вида сверху перенесена во все окна.
- ❑ Перейдите в окно вида слева.
- ❑ **ucs** \ v (по виду окна).

Результат: в окне вида слева установлена ПСК с началом в центре пирамиды, параллельная плоскости окна.

Строим в окне вида слева четырехугольник основания, взяв координаты с профильной проекции чертежа:

- ❑ **pline** \ 4,8 \ 35,28 \ 18,40 \ -15,22 \ cl (опция Замкни).
- ❑ Выдавим основание на длину 82. Убедитесь, что активно окно вида слева:
- ❑ Задайте цвет призмы.
- ❑ **extrude** \ укажите выдавливаемый контур \ ПЩ \ высота 82 \ угол 0 – призма построена.
- ❑ Перейдите в окно вида сверху и в режиме Ortho перетяните призму вправо, расположив ее симметрично относительно пирамиды.

Объединим объекты.

- ❑ Задайте цвет для линии пересечения.
- ❑ **Union** \ укажите объекты \ ПЩ – получена модель (рис. 37, а).

Кроме объединения возможно вычитание и пересечение объектов. Выполним вычитание призмы из пирамиды.

- ❑ Отмените объединение – модель распалась на исходные объекты.
- ❑ **Subtract** \ укажите пирамиду (уменьшаемое) \ ПЩ \ укажите призму (вычитаемое) \ ПЩ – получена пирамида с призматическим пазом (рис. 37, б).

При вычитании пирамиды из призмы получим призму с пирамидальным отверстием (рис. 37, в).

“Бриллиант” на рис. 37, г получен пересечением объектов и представляет собой их общую часть:

- ❑ **intersect** (пересечение) \ укажите оба многогранника \ ПЩ.

6.5. Особые случаи пересечения квадрик

К числу особых относятся пересечения, при которых поверхности имеют точки, линии касания. Задачи на особые случаи требуют предваритель-

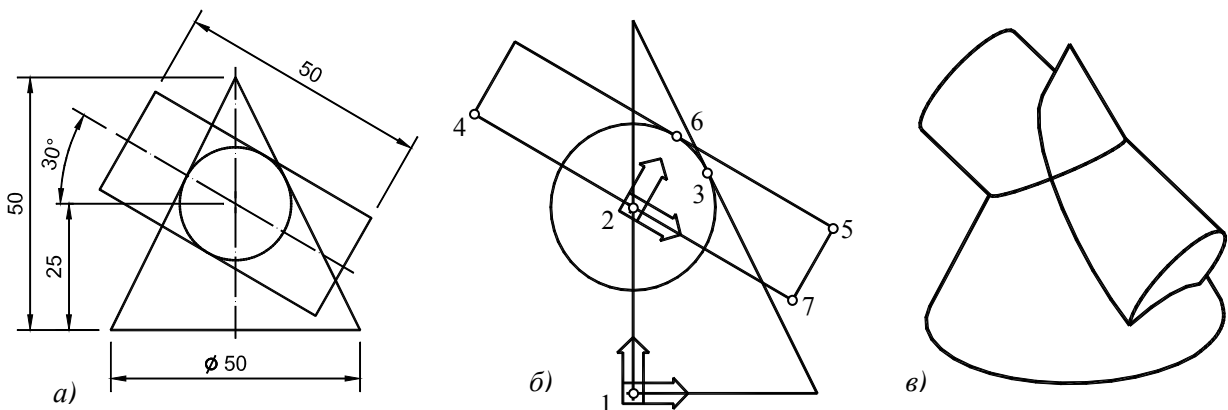


Рис. 38

ных построений профилей исходных поверхностей.

6.5.1. Конус и цилиндр, описанные вокруг общей сферы

Согласно теореме Монжа линия пересечения поверхностей второго порядка, касающихся единой сферы, распадается на две плоские кривые. Построим поверхности, отвечающие указанному условию (рис. 38), получим линию их пересечения и убедимся в справедливости теоремы.

- ❑ Откройте новый файл с прототипом `proto` \ Активизируйте окно вида спереди.
- ❑ Перенесите начало координат приблизительно в середину видового окна – точка 1 (рис. 38, б):
- ❑ `ucs` \ `o` \ 50,0.
- ❑ Постройте треугольник, являющийся профилем вращения конуса: `pline` \ 0,0 \ 25,0 \ 0,50 \ `cl`.
- ❑ Построим прямоугольник как профиль вращения цилиндра. Диаметр цилиндра определим геометрическими построениями из условия касания общей сферы.
- ❑ Постройте окружность с центром в точке 2, касательную к гипотенузе треугольника в точке 3:
- ❑ `circle` \ 0,25 \ включите объектную привязку `Perpendicular` и укажите гипотенузу треугольника.

Перенесите начало координат в точку 2 и направьте ось X в соответствии с наклоном оси цилиндра:

- ❑ `ucs` \ `o` \ включите объектную привязку `Intersection` или `Center` и укажите точку 2 \ `ucs` \ `z` \ -30.

Построим профиль вращения цилиндра как прямоугольник с угловыми точками 4 и 5. Для построения точки 5 выполните следующие настройки: включите объектную привязку `Quadrant`, средство автоматической привязки – кнопку `OTRACK` и шаговую привязку – кнопку `SNAP`. Строим прямоугольник:

- ❑ `rectang` \ -25,0 \ укажите на окружности точку 6 и сместите курсор вправо – потянется линия слежения \ по значению в статусной строке и подсказке, возникающей рядом с курсором, зафиксируйте смещение на 25 и укажите точку – построен прямоугольник.

Получим конус и цилиндр и объединим их.

- ❑ Перейдите на другой слой \ Задайте цвет конуса (синий) как текущий.
- ❑ `revolve` (поверхность вращения) \ укажите треугольник \ ПЩ \ с объектной привязкой `Endpoint` и `Center` укажите точки 1 и 2 как точки оси вращения \ угол вращения 360 – построен конус.
- ❑ Задайте цвет цилиндра (зеленый).
- ❑ `revolve` \ укажите прямоугольник \ ПЩ \ объектной привязкой `Endpoint` укажите точки 4 и 7 \ ПЩ – построен цилиндр.
- ❑ Задайте цвет линии пересечения (красный).
- ❑ `union` \ укажите конус и цилиндр \ ПЩ – конус и цилиндр объединены (рис. 38, в).

Определим, что представляют собой линии пересечения поверхностей. Для этого сделаем копии линий и установим их тип:

- **Modify** \ Solids Editing \ Copy Edge \ в окне вида сверху или аксонометрии укажите один или несколько участков линии пересечения \ ПЩ \ двумя точками укажите вектор перемещения и вытяните кривые на свободное место.
- **list** \ укажите извлеченный фрагмент линии пересечения \ ПЩ.
- Клавишей F2 переведите экран в текстовый режим и посмотрите список данных линии – указан ее тип как ELLIPSE (эллипс), что соответствует теореме Монжа.

6.5.2. “Если поверхности пересекаются по одной плоской кривой...
...то, они пересекаются и еще по одной плоской кривой”. На рис. 39 приведен пример на тему данной теоремы. Пересекаются гиперboloид вращения и эллиптический цилиндр. Гиперboloид создан командой REVOLVE вращением контура, содержащего гиперболу. Гиперболу получаем как плоское сечение прямого кругового solid-конуса (рис. 39, а, б). Сечение конуса второй плоскостью, заданной параллельно первой и проходящей через вершину, дает асимптоты гиперболы. Точка пересечения асимптот позволяет построить отрезок 1-2, являющийся частью контура и осью его

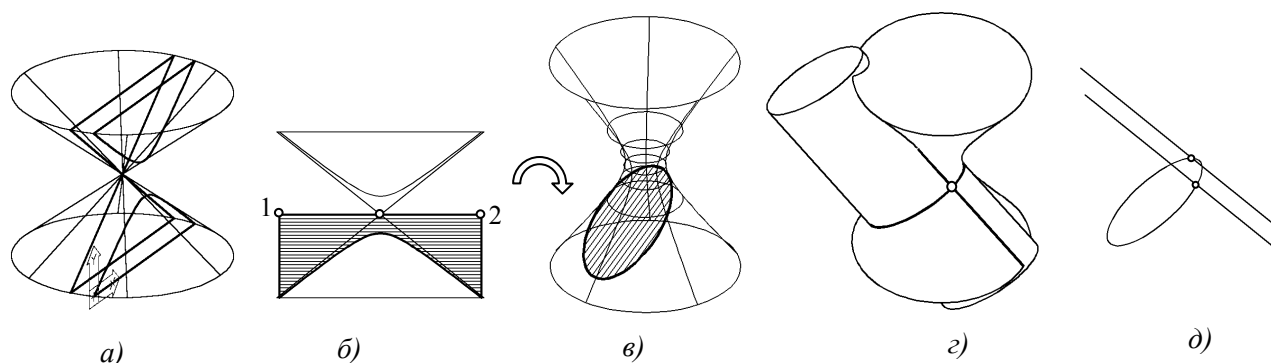


Рис. 39.

вращения. Полученный гиперboloид рекомендуем повернуть на 90^0 .

После построения гиперboloида зададим его первое сечение – эллипс (рис. 39, в). Линию сечения получим командой SECTION, предварительно задав необходимую плоскость сечения как ПСК. Выдавливанием линии сечения (EXTRUDE) создается эллиптический цилиндр (рис. 39, г).

Пересечение построенных тел приводит к появлению второй плоской кривой, что проверяется копированием этой линии, установкой ПСК по трем ее произвольно выбранным точкам и применением к линии команды LIST.

Вторая линия, получаемая в рассматриваемом примере, как правило, является эллипсом. Однако если плоскость первого сечения гиперboloида задать перпендикулярно асимптоте гиперболы, то будет реализован случай распада линии пересечения на эллипс и две прямые (рис. 39, г, д).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Начертательная геометрия: учеб.пособие / Н. П. Сенигов, Т. В. Гусятникова, Н. В. Ларионова и др.; Челябинск : Издательство ЮУрГУ, 2006 . – 126 с.
2. Фролов, С. А. Начертательная геометрия: учеб.для вузов / С. А. Фролов. – М. : ИНФРА-М , 2008. – 285 с.
3. Гордон, В. О.Курс начертательной геометрии: учеб.пособие / В. О. Гордон, М. А. Семенцов-Огиевский ; под ред. В. О. Гордона. – М. : Высшая школа , 2008. – 270 с.
4. Инженерная 3D-компьютерная графика: учеб.пособие / А. Л. Хейфец, А.Н. Логиновский, И.В. Буторина, В.Н. Васильева; под ред. А. Л. Хейфеца. – М. :Юрайт, 2012. – 464 с.

Дополнительная литература

1. Начертательная геометрия. Н.Ф. Четверухин, В.С. Левицкий, З.И. Прянишникова и др; под ред. Н.Ф. Четверухина. – М., “Высшая школа”, 1963. – 420 с.
2. Барский, Ю.К. Методика решения комплексных задач по начертательной геометрии: учебное пособие / Ю.К. Барский. – Челябинск: ЧГТУ, 1993.
3. Дукмасова, В.С. Методика решения задач по начертательной геометрии: учеб.пособие / В. С. Дукмасова, В.А. Краснов. – Челябинск: Издательство ЮУрГУ, 2003. – 101 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
1. Комплексные чертежи геометрических фигур.....	7
2. Позиционные и метрические задачи.....	1
	3
3. Комплексные задачи	2
	0
4. Кривые линии и поверхности, плоские сечения тел и поверхностей.....	2
	3
5. Пересечение поверхностей.....	3
	1
6. Комплексные задачи повышенной сложности	3
	8
7. Метрические задачи	3
	9
8. Расчет инсоляции.....	4
	2
Приложение	
1. Контрольно-графические задания.....	4
	4
Задания 1, 2, 3. Электронные коллоквиумы	44
Задание 4. Решение задач на пересечение поверхностей.....	4
	4
Задание 5. Исследование линии пересечения квадрик.....	4
	5
Задание 6. Расчет продолжительности инсоляции.....	4
	8
Задание 7. Модель автомобиля.....	4
	9
2. Алгоритмы 3d компьютерного геометрического моделирования.....	5
	2
2.1. Ортогональное проецирование точки и отрезка на плоскость.....	5
	2
2.2. Построение точки пересечения отрезка прямой с плоскостью.....	5
	3
2.3. Построение линии пересечения двух плоскостей.....	5
	4
2.4. Косоугольное проецирование	5
	4
2.5. Построение прямых и плоскостей заданного пространственного положения	5
	5
2.6. Определение взаимного положения прямых и плоскостей.....	5
	7
2.7. Определение точек пересечения прямой с кривой поверхностью.....	5
	8
3. Примеры решения типовых задач.....	5
	9
3.1. Загрузка пакета со специальным прототипом	5
	9

3.2. Построение исходных объектов	5
	9
3.3. Построить отрезок прямой, проходящий через заданную точку, параллельно заданной плоскости и пересекающей заданную прямую.....	6
	0
3.4. Плоский многоугольник.....	6
	3
3.5. Комплексные задачи.....	6
	5
3.6. Расстояние и угол между скрещивающимися прямыми.....	7
	1
4. Построение кривых линий, винтовых и линейчатых поверхностей.....	7
	2
4.1. Построение эвольвенты окружности.....	7
	2
4.2. Построение фокусов и директрис эллипса.....	7
	2
4.3. Построение фокусов и директрис гиперболы.....	7
	3
4.4. Построение касательной, фокуса и директрисы параболы.....	7
	3
5. Построение винтовых и линейчатых поверхностей.....	7
	4
5.1. Построение геликоидов.....	7
	4
5.2. Построение линейчатых поверхностей второго порядка.....	7
	8
6. 3D-технология построения чертежа...	8
	0
6.1. Модель объекта.....	8
	0
6.2. Построение проекций.....	8
	1
6.3. Оформление чертежа.....	8
	2
6.4. Построение моделей выдавливанием контура.....	8
	3
6.5. Особые случаи пересечения квадрик.....	8
	4
Библиографический список.....	8
	7